大學入學考試中心 109 學年度學科能力測驗試題 數學考科

第壹部分：選擇題(占 65 分)

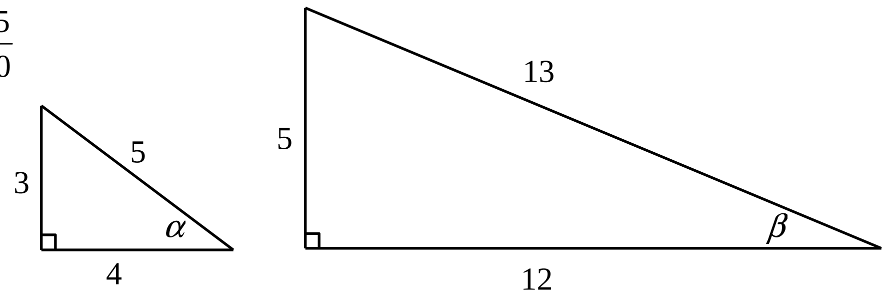
一、單選題(占 35 分)

說明：第 1 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1.已知兩個直角三角形三邊長分別為 3，4，5、5，12，13，α，β 分別為它們的一角，如下圖所示。試選出正確的選項。

(1) $\sin\alpha>\sin\beta>\sin 30^\circ$　(2) $\sin\alpha>\sin 30^\circ>\sin\beta$　(3) $\sin\beta>\sin\alpha>\sin 30^\circ$

(4) $\sin\beta>\sin 30^\circ>\sin\alpha$　(5) $\sin 30^\circ>\sin\alpha>\sin\beta$



解：$\sin\alpha=\frac{3}{5}=\frac{15}{25}$，$\sin\beta=\frac{5}{13}=\frac{15}{39}$，$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}=\frac{15}{30}$

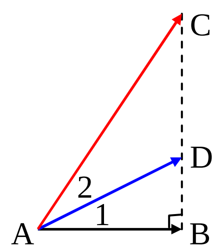
$\therefore \sin\alpha>\sin 30^\circ>\sin\beta$

答：(2)

出處：第三冊，ch1 三角函數(三角函數值)

2.空間中有相異四點 A，B，C，D，已知內積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$。試選出正確的選項。

(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$　(2) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$　(3) $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{CD}$ 平行　(4) $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=0$　(5) A，B，C，D 四點在同一平面上



解：如右示意圖，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos(\angle 1+\angle 2)=\overline{AB}\times\overline{AB}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CD}$，$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$

另解：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$，$\Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC})=0$，$\Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$

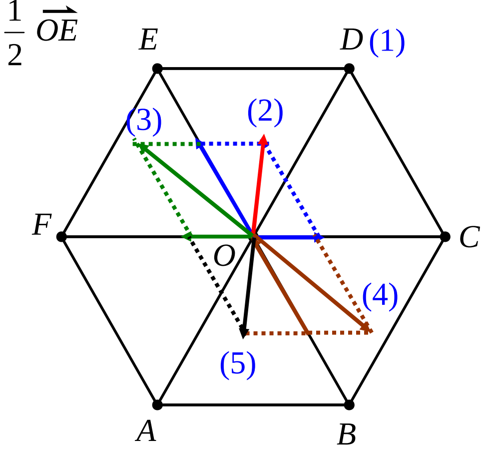
答：(1)

出處：第四冊，ch1 空間向量(內積、正射影應用)

3.如圖所示，O 為正六邊形之中心。試問下列哪個向量的終點 P 落在 ΔODE 內部(不含邊界)？

(1) $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OE}$　(2) $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{OC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$　(3) $\overrightarrow{OP}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{OC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$

(4) $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{OC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$　(5) $\overrightarrow{OP}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{OC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$



解：(1) $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OD}$，(2)如圖所示，(3) $\overrightarrow{OP}$ 落在 ΔOEF 內部

(4) $\overrightarrow{OP}$ 落在 ΔOCB 內部，(5) $\overrightarrow{OP}$ 落在 ΔOAB 內部

答：(2)

出處：第三冊，ch3 平面向量(向量線性組合意義)

4.令 $I=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$，$A=\begin{bmatrix}1&1\\3&4\end{bmatrix}$，$B=I+A+A^{-1}$，試選出代表 BA 的選項。

(1) $\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$　(2) $\begin{bmatrix}6&0\\0&6\end{bmatrix}$　(3) $\begin{bmatrix}4&-1\\-3&1\end{bmatrix}$　(4) $\begin{bmatrix}1&1\\3&4\end{bmatrix}$　(5) $\begin{bmatrix}6&6\\18&24\end{bmatrix}$

解：$\det A=\begin{vmatrix}1&1\\3&4\end{vmatrix}=4-3=1$，$A^{-1}=\frac{1}{1}\begin{bmatrix}4&-1\\-3&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4&-1\\-3&1\end{bmatrix}$，$\therefore B=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&1\\3&4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4&-1\\-3&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&0\\0&6\end{bmatrix}$

$\Rightarrow BA=\begin{bmatrix}6&0\\0&6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1\\3&4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&6\\18&24\end{bmatrix}$

答：(5)

出處：第四冊，ch3 矩陣(矩陣、反矩陣之運算)

5.試問數線上有多少個整數點與點$\sqrt{101}$的距離小於 5，但與點$\sqrt{38}$的距離大於 3？

(1) 1 個 (2) 4 個 (3) 6 個 (4) 8 個 (5) 10 個

答：設整數點為 x，

$\therefore$(i)$|x-\sqrt{101}|<5$，$\Rightarrow -5+\sqrt{101}<x<5+\sqrt{101}$，$\therefore x=6$，7，…，14，15

且(ii)$|x-\sqrt{38}|>3$，$\Rightarrow x>3+\sqrt{38}$或$x<-3+\sqrt{38}$，$\therefore x=10$，11，…或 $x=3$，2，1，…

$\Rightarrow$由(i)，(ii)得知 $x=10$，11，12，13，14，15 共有 6 個整數點

答：(3)

出處：第一冊，ch1 數與式(數線上的幾何)

6.連續投擲一公正骰子兩次，設出現的點數依序為 a，b。試問發生$\log(a^2)+\log b>1$的機率為多少？

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{4}$ (5) $\frac{5}{6}$

解：(1)樣本空間個數$=6^2=36$

(2)$\because \log(a^2)+\log b=\log(a^2b)>1$，$\therefore a^2b>10$

a	2	3	4	5	6	合計
b	3~6	2~6	1~6	1~6	1~6	27

事件個數＝27

$\therefore$機率$=\frac{27}{36}=\frac{3}{4}$

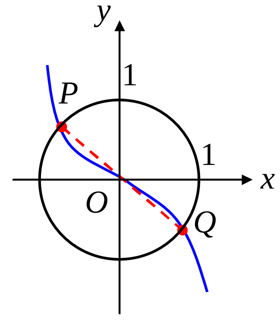
答：(4)

出處：第一冊，ch3 指數與對數函數(指對數之運算)、第二冊，ch3 機率(古典機率之計算)

7.坐標平面上，函數圖形 $y=-\sqrt{3}x^3$ 上有兩點 P，Q 到原點距離皆為 1。已知點 P 坐標為$(\cos\theta，\sin\theta)$，試問點 Q 坐標為何？

(1) $(\cos(-\theta)，\sin(-\theta))$ (2) $(-\cos\theta，\sin\theta)$ (3) $(\cos(-\theta)，-\sin\theta)$

(4) $(-\cos\theta，\sin(-\theta))$ (5) $(\cos\theta，-\sin\theta)$



解：函數 $y=-\sqrt{3}x^3$，圖形由左上至右下，P，Q 在以 O 為圓心，半徑為 1 的圓上

$\Rightarrow$P$(\cos\theta，\sin\theta)$對原點對稱 Q$(-\cos\theta，-\sin\theta)$＝Q$(-\cos\theta，\sin(-\theta))$

註：點 P$(x，y)$對對稱對稱點 Q$(-x，-y)$

答：(4)

出處：第一冊，ch2 多項式函數、第三冊 ch1 三角函數、108 課綱第一冊 ch3.3 三次函數(對稱)

二、多選題(占 30 分)

說明：第 8 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

8.有一個遊戲的規則如下：丟三顆公正骰子，若所得的點數恰滿足下列(A)或(B)兩個條件之一，可得到獎金 100 元；若兩個條件都滿足，則共得 200 元獎金；若兩個條件都不滿足，則無獎金。

(A)三個點數皆為奇數或者皆為偶數 (B)三個點數 由小排到大為等差數列

若已知有兩顆骰子的點數分別為 1，3，且所得獎金為 100 元，則未知的骰子點數可能為何？

(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6

解：(1) 1，3，$\boxed{2}$，$\Rightarrow$滿足(B)為等差數列，$\therefore$獎金 100 元

(2) 1，3，$\boxed{3}$，$\Rightarrow$滿足(A)皆為奇數，$\therefore$獎金 100 元

(3) 1，3，$\boxed{4}$，$\Rightarrow$(A)(B)都不滿足，則無獎金

(4) 1，3，$\boxed{5}$，$\Rightarrow$(A)(B)都滿足，則獎金 200 元

(5) 1，3，$\boxed{6}$，$\Rightarrow$(A)(B)都不滿足，則無獎金

答：(1)(2)

出處：第二冊，ch2 排列與組合(邏輯、集合概念)

9.在坐標平面上，有一通過原點 O 的直線 L，以及一半徑為 2、圓心為原點 O 的圓 Γ。P，Q 為 Γ 上相異 2 點，且 $\overline{OP}$，$\overline{OQ}$ 分別與 L 所夾的銳角皆為 30°，試選出內積 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 之值可能發生的選項。

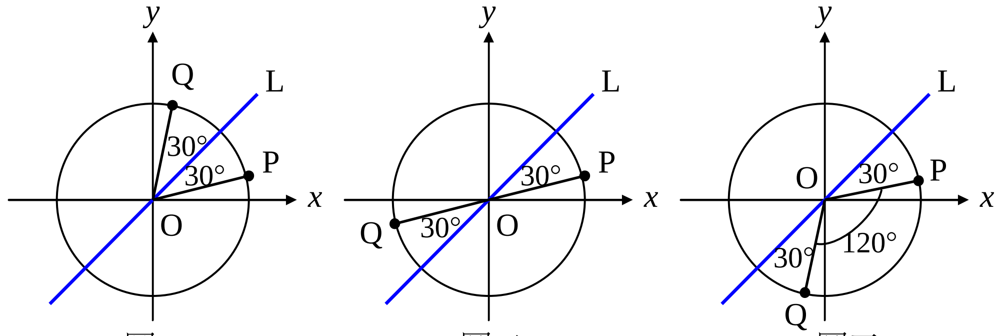
(1) $2\sqrt{3}$　(2) $-2\sqrt{3}$　(3) 0　(4) -2　(5) -4

解：$\overrightarrow{OP}$，$\overrightarrow{OQ}$ 位置情形有下列三種：

如圖一：$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=2\times2\times\cos60°=2$

如圖二：$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=2\times2\times\cos180°=-4$

如圖三：$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=2\times2\times\cos120°=-2$



圖一　圖二　圖三

答：(4)(5)

出處：第三冊，ch2 直線與圓、ch3 平面向量(向量內積)

10.考慮多項式 $f(x)=3x^4+11x^2-4$，試選出正確的選項。

(1) $y=f(x)$的圖形和 y 軸交點的 y 坐標小於 0　(2) $f(x)=0$ 有 4 個實根

(3) $f(x)=0$ 至少有一個有理根　(4) $f(x)=0$ 有一根介與 0 與 1 之間

(5) $f(x)=0$ 有一根介與 1 與 2 之間

解：(1)令 $x=0$，得 $y=-4$，$\Rightarrow f(x)$與 y 軸交點$(0，-4)$，y 坐標$=-4<0$

(2)令 $A=x^2$，$\therefore f(x)=3A^2+11A-4=(3A-1)(A+4)=0$，$\Rightarrow A=\dfrac{1}{3}$ 或 $A=-4$

當 $A=\dfrac{1}{3}=x^2$，得 $x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；或當 $A=-4=x^2$，得 $x=2i$，$-2i$

$\Rightarrow f(x)=0$ 有 2 個實數根，2 個共軛複數根

(3) $f(x)=0$ 時，實數根 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 皆不為有理數

(4)(5) $f(x)=0$ 時，實數根 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\approx0.577$ 或 $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\approx-0.577$，即 $0<\dfrac{\sqrt{3}}{3}<1$ 或 $-1<-\dfrac{\sqrt{3}}{3}<0$

$\therefore$有一根 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 介與 0 與 1 之間

另解：利用勘根定理：$\because f(0)=-4$，$f(1)=10$，$f(2)=88$，

$\Rightarrow f(0)f(1)<0$，$\therefore$0 與 1 之間至少有一實數根，而 $f(1)f(2)>0$，$\therefore$1 與 2 之間無實數根

答：(1)(4)

出處：第一冊，ch2 多項式函數(高次函數計算、勘根定理的應用)

11.設 a，b，c 為實數且滿足 $\log a=1.1$，$\log b=2.2$，$\log c=3.3$。試選出正確的選項。

(1) $a+c=2b$　(2) $1<a<10$　(3) $1000<c<2000$　(4) $b=2a$　(5) a，b，c 成等比數列

解：(1)$\because a=10^{1.1}$，$b=10^{2.2}$，$c=10^{3.3}$，$\Rightarrow a+c=10^{1.1}+10^{3.3}\neq10^{2.2}$

(2) $\log a=1.1$，$\therefore 1<\log a<2$，$\Rightarrow 10<a<100$

(3) $\log c=3.3=3+0.3$，$\therefore 3<\log c<3+0.3010$，$\Rightarrow 1000<a<2000$

(4) $b=10^{2.2}=(10^{1.1})^2=10^{1.1}\times10^{1.1}\neq2\times10^{1.1}=2a$

(5)$\because (10^{2.2})^2=10^{4.4}=10^{1.1}\times10^{3.3}$，$\Rightarrow b^2=ac$，$\therefore a$，$b$，$c$ 成等比數列

答：(3)(5)

出處：第一冊，ch3 指數與對數函數(對數運算)、第二冊，ch1 數列與級數(等比數列判斷)

12.下表是 2011 年至 2018 年某國總就業人口與農業就業人口的部分相關數據，各年度的人口以人數計，有些是以千人計，有些以萬人計，例如 2011 年總就業人口為 1,070.9 萬人，65 歲以上男性農業就業人口為 69.1 千人。試根據表格資料選出正確的選項。

年別	就業人口			男性農業就業人口按年齡別分			
	總就業人口(萬人)	農業就業人口(萬人)	男性農業就業人口(千人)	39 歲以下(千人)	40-49 歲(千人)	50-64 歲(千人)	65 歲以上(千人)
2011 年	1,070.9	54.2	386.3(3.6%)	67.6	85.4	164.2	69.1
2012 年	1,086.0	54.4	394.9(3.6%)	67.5	87.0	169.5	70.9
2013 年	1,096.7	54.4	391.5(3.6%)	66.6	83.9	171.3	69.7
2014 年	1,107.9	54.8	391.2(3.5%)	65.8	79.8	173.0	72.6
2015 年	1,119.8	55.5	403.1(3.6%)	71.7	76.9	181.3	73.2
2016 年	1,126.7	55.7	404.5(3.6%)	77.4	77.4	176.4	73.3
2017 年	1,135.2	55.7	405.1(3.6%)	73.9	78.1	178.3	74.8
2018 年	1,143.4	56.1	415.1(3.6%)	72.0	78.8	184.9	79.4

(1)從 2013 年至 2018 年，65 歲以上的男性農業就業人口逐年遞增
(2)從 2013 年至 2018 年，50 歲至 64 歲之男性農業就業人口逐年遞增
(3)上表中，每一年的男性農業就業人口占總就業人口的比率都小於百分之五
(4)上表中，每一年 50 歲至 64 歲之男性農業就業人口都少於 49 歲以下之男性農業就業人口
(5)就 65 歲以上之男性農業就業人口而言，2018 年比 2011 年增加了不到一萬人

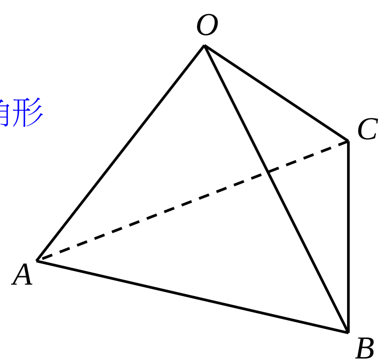
解：(1)由表格資料得知，從 69.7 千人→72.6 千人→73.2 千人→…→遞增至 79.4 千人
(2)就業人口從 171.3 千人遞增至 181.3 千人，減少為 176.4 千人，再遞增至 184.9 千人
(3)如上表比率(如 2011 年 $\frac{38.63}{1070.9}\approx 3.6\%$等都近似於 3.6%)皆小於 5%
(4)由表格資料得知，50 歲至 64 歲人口都大於 49 歲以下之人口
(5)79.4－69.1＝10.3 千人＞一萬人

答：(1)(3)

出處：第二冊，ch4 數據分析(圖表資料解讀、計算)

13.如示意圖，四面體 $OABC$ 中，ΔOAB 和 ΔOAC 均為正三角形，$\angle BOC=30°$。試選出正確的選項。

(1) $\overline{BC}>\overline{OC}$　(2) ΔOBC 是等腰三角形　(3) ΔOBC 的面積大於 ΔOAB 的面積
(4) $\angle CAB=30°$　(5)平面 OAB 和平面 OAC 的夾角(以銳角計)小於 30°



解：(1) ΔOBC 中，$\angle OBC=\angle OCB=75°>30°$，$\therefore \overline{BC}<\overline{OC}$
(2) ΔOAB 中，$\overline{OA}=\overline{OB}$；$\Delta OAC$ 中，$\overline{OA}=\overline{OC}$，$\Rightarrow \overline{OB}=\overline{OC}$，$\therefore \Delta OBC$ 是等腰三角形
(3)設 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=k$

ΔOAB 的面積$=\frac{1}{2}\overline{OA}\times\overline{OB}\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{4}k^2$，$\Delta OBC$ 的面積$=\frac{1}{4}k^2$

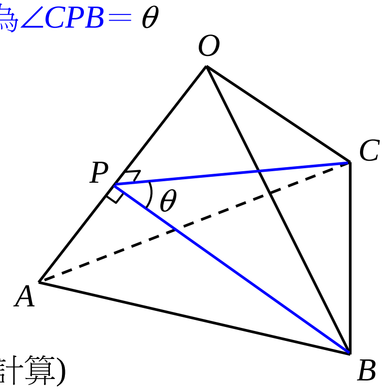
$\Rightarrow \Delta OBC$ 的面積小於 ΔOAB 的面積

(4) $\because \Delta OBC\cong\Delta CAB$(根據 SSS 全等)，$\therefore \angle CAB=\angle BOC=30°$

(5)平面 OAB 和平面 OAC 的交線為 $\overline{OA}$，作 $\overline{CP}\perp\overline{OA}$，$\overline{BP}\perp\overline{OA}$，則兩面角為 $\angle CPB=\theta$

$\because \overline{CP}=\frac{\sqrt{3}}{2}k=\overline{BP}$，且 $\overline{BC}^2=k^2+k^2-2k^2\cos30°=(2-\sqrt{3})k^2$

$$\Rightarrow \cos\theta=\frac{\frac{3}{4}+\frac{3}{4}-(2-\sqrt{3})}{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{3}-1}{3}<\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos30°，\therefore \theta>30°$$



答：(2)(4)

出處：第三冊，ch1 三角(邊角關係、面積計算)、第四冊，ch1 空間向量(兩面角計算)

第貳部分：選填題(占 35 分)

說明：1.第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(14－36)。
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A.網路賣家以 200 元的成本取得某件模型，並以成本的 5 倍作為售價，差價即為利潤。但過了一段時間無人問津，因此賣家決定以逐次減少一半利潤的方式調降售價。若依此方式進行，則調降三次後該模型的售價為 ⑭⑮⑯ 元

解：原售價＝200×5＝1000 元，利潤＝1000－200＝800 元
第一次調降：利潤＝400 元；第二次調降：利潤＝200 元；第三次調降：利潤＝100 元，∴售價＝200＋100＝300 元

答：300

出處：第二冊，ch1 數列與級數、數學素養試題(成本、售價、利潤計算)

B.有一按鈕遊戲機，每投幣一枚，可按遊戲機三次。第一次按下會出現黑色或白色的機率各為 $\frac{1}{2}$ ；第二或第三次按下，出現與前一次同色的機率為 $\frac{1}{3}$ ，不同色的機率為 $\frac{2}{3}$ 。今某甲投幣一枚後，按三次均出現同色的機率為 $\frac{⑰}{⑱}$ 。(化為最簡分數)

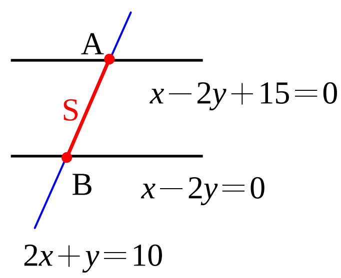
解：P(三次均為白色)＋P(三次均為黑色)＝ $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

答：$\frac{1}{9}$

出處：第三冊，ch3 機率(機率乘法運算，貝氏定理)、數學素養試題(遊戲機結合機率)

C.設 S 為坐標平面上直線 $2x+y=10$ 被平行線 $x-2y+15=0$ 與 $x-2y=0$ 所截的線段(含端點)。若直線 $3x-y=c$ 與 S 有交點，則 c 的最小值為 ⑲⑳ 。

解：1.交點 A $\begin{cases}2x+y=10\\x-2y+15=0\end{cases}$ ，得 A(1，8)；交點 B $\begin{cases}2x+y=10\\x-2y=0\end{cases}$ ，得 B(4，2)，如右圖



2.直線 $3x-y=c$ 與 S 有交點表示 A(1，8)，B(4，2)在直線 $3x-y=c$ 的異側或線上
$\Rightarrow(3-8-c)(12-2-c)\leq 0$，$\therefore(c+5)(c-10)\leq 0$，$\Rightarrow -5\leq c\leq 10$
$\therefore c$ 的最小值為－5

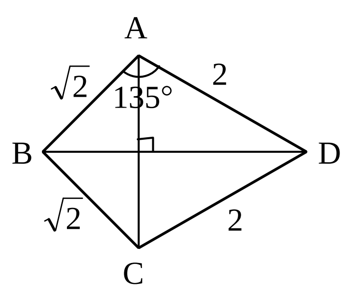
另解：設目標函數 $f(x，y)=3x-y$
根據目標函數的最佳解必發生在可行解 S 的頂點或邊界上
∴利用頂點法：$f(1，8)=3-8=-5=c$ ； $f(4，2)=12-2=10=c$，$\Rightarrow c$ 的最小值為－5

答：－5

出處：第三冊，ch2 直線與圓(線性規畫)、108 年課綱第一冊 ch2 直線與圓(二元一次不等式)

D.平面上有一箏形 $ABCD$，其中 $\overline{AB}=\overline{BC}=\sqrt{2}$ ，$\overline{AD}=\overline{CD}=2$，$\angle BAD=135°$。則 $\overline{AC}=\frac{㉑\sqrt{㉒㉓}}{㉔}$ (化為最簡根式)

解：作示意圖如右



1.在 ΔBAD 中，根據餘弦定理 $\overline{BD}^2=2^2+\sqrt{2}^2-2\times 2\times\sqrt{2}\cos 135°=10$，$\therefore\overline{BD}=\sqrt{10}$

2.箏形 $ABCD$ 面積＝2ΔBAD 面積

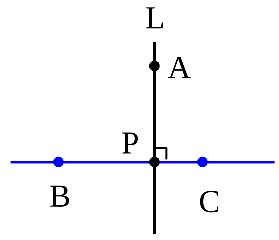
$$\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AC}=2\left(\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{2}\sin 135°\right)=2，\therefore\overline{AC}=\frac{4}{\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$$

答：$\frac{2\sqrt{10}}{5}$

出處：第三冊，ch1 三角(餘弦定理、三角形面積求法)、四邊形之箏形性質

E.空間中有三點 $A(1，7，2)$、$B(2，-6，3)$、$C(0，-4，1)$。若直線 L 通過 A 點並與直線 BC 相交且垂直，則 L 和直線 BC 的交點坐標為(㉕㉖ ， ㉗㉘ ， ㉙㉚)。

解：作示意圖如右，交點為 P 點



1. $\overrightarrow{BC}=(-2，2，-2)=-2(1，-1，1)$，取直線 BC 的方向向量為 $(1，-1，1)$

　設直線 $BC\begin{cases}x=2+t\\ y=-6-t\\ z=3+t\end{cases}$，$t\in R$，又 P 在直線 BC 上，令 $P(2+t，-6-t，3+t)$

2. $\overrightarrow{AP}=(2+t-1，-6-t-7，3+t-2)=(t+1，-t-13，t+1)$

3.直線 L 與直線 BC 垂直，$\Rightarrow \overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BC}$，$\therefore \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}=0$

　$\Rightarrow(t+1，-t-13，t+1)\cdot(-2，2，-2)=0$，$\therefore -2(t+1)+2(-t-13)-2(t+1)=0$，得 $t=-5$

4. $t=-5$ 代回點 $P(2+t，-6-t，3+t)=P(-3，-1，-2)$

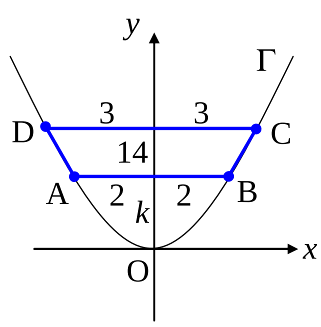
答：$(-3，-1，-2)$

出處：第四冊，ch2 空間中的平面與直線(直線參數表示法、直線垂直性質、交點坐標)

F.坐標平面上有一條拋物線 Γ，其上有四個點構成等腰梯形，且等腰梯形的對稱軸與 Γ 的對稱軸重合。已知該等腰梯形的上底為 4、下底為 6、高為 14，則 Γ 的焦距為 $\dfrac{㉛}{㉜㉝}$ (化為最簡分數)

解：1.設拋物線 Γ：$x^2=4cy$，如右圖(不失一般性假設)，則焦距 $=c$

　其中 $A(-2，k)$，$B(2，k)$，$C(3，14+k)$，$D(-3，14+k)$



2. $B(2，k)$代入 Γ：$4=4ck$

　$C(3，14+k)$代入 Γ：$9=4c(14+k)$

　$\Rightarrow$兩式相除 $\dfrac{4}{9}=\dfrac{4ck}{4c(14+k)}$，得 $k=\dfrac{56}{5}$

3.將 $k=\dfrac{56}{5}$ 代回 $4=4ck$，得知 $c=\dfrac{5}{56}$，$\therefore$焦距 $=\dfrac{5}{56}$

答：$\dfrac{5}{56}$

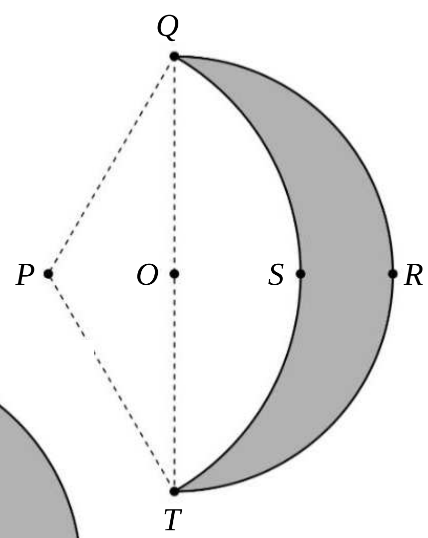
出處：第四冊，ch4 二次曲線(拋物線性質、方程式假設、建立坐標系)、四邊形之梯形性質

G.設計師為天文館設計以不銹鋼片製成的月亮形狀，其中有一款設計圖如右圖所示：

圖中，圓弧 QRT 是一個以 O 點為圓心、$\overline{QT}$ 為直徑的半圓，$\overline{QT}=2\sqrt{3}$。

圓弧 QST 的圓心在 P 點，$\overline{PQ}=\overline{PT}=2$。圓弧 QRT 與圓弧 QST 所圍出的灰色區域 QRTSQ 即為某一天所見的月亮形狀。設此灰色區域的面積為 $a\pi+\sqrt{b}$，

其中 π 為圓周率，a 為有理數，b 為整數，則 $a=\dfrac{㉞}{㉟}$ (化為最簡分數)，$b=$ ㊱

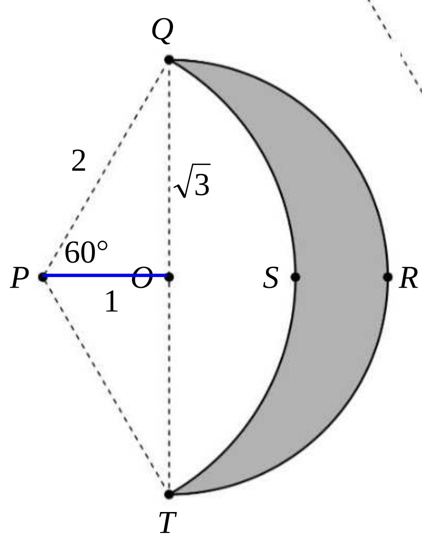


解：1.在ΔOPQ 中，半徑 $\overline{OQ}=\sqrt{3}$，$\overline{OP}=1$，$\angle QPO=60°$

2.以 $\overline{QT}$ 為直徑的半圓面積 $=\dfrac{1}{2}\times\pi(\sqrt{3})^2=\dfrac{3\pi}{2}$

　扇形 PQT 面積 $=\pi\times 2^2\times\dfrac{120}{360}=\dfrac{4\pi}{3}$

　Δ PQT 面積 $=\dfrac{1}{2}\times 2^2\times\sin 120°=\sqrt{3}$ (或 $\dfrac{1}{2}\times\overline{QT}\times\overline{OP}$)



3.灰色區域的面積 $=\dfrac{3\pi}{2}-(\dfrac{4\pi}{3}-\sqrt{3})=\dfrac{1}{6}\pi+\sqrt{3}$

答：$\dfrac{1}{6}$，3

出處：第三冊，ch1 三角(邊角關係、三角形與扇形、弓形面積計算)、數學素養試題(結合三角函數)

參考公式及可能用到的數值

1.首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和 S＝$\dfrac{n(2a+(n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r $(r\neq 1)$等比數列的前 n 項之和 $S=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

2.三角函數的和角公式：sin(A＋B)＝sin A cos B＋sin B cos A

cos(A＋B)＝cos A cos B－sin A sin B

tan(A＋B)＝$\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$

3.ΔABC 的正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$＝2R　(R 為ΔABC 的外接圓半徑)

ΔABC 的餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

4.一維數據 X：x_1，x_2，⋯，x_n，算術平均數：$\mu_X=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$

標準差：$\sigma_X=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_X)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{n}((\sum_{i=1}^{n}x_i^2)-n\mu_X^2)}$

5.二維數據(X，Y)：(x_1，y_1)，(x_2，y_2)，⋯，(x_n，y_n)，相關係數$r_{X,Y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_X)(y_i-\mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線(最適合直線)方程式 $y-\mu_Y=r_{X,Y}\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x-\mu_X)$

6.參考數值：$\sqrt{2}\approx 1.414$；$\sqrt{3}\approx 1.732$；$\sqrt{5}\approx 2.236$；$\sqrt{6}\approx 2.449$；$\pi\approx 3.142$

7.對數值：$\log_{10}2\approx 0.3010$，$\log_{10}3\approx 0.4771$，$\log_{10}5\approx 0.6990$，$\log_{10}7\approx 0.8451$

8.角錐體積＝$\dfrac{1}{3}$底面積×高

109 年試題分布分析

冊別	複習單元	單元主題	單選題	多選題	選填題	單元占分	冊別占分
第 1 冊	單元 1	Ch1 數與式	5			5	20
	單元 2	Ch2 多項式函數	7	10		10	
	單元 3	Ch3 指數函數與對數函數		11		5	
第 2 冊	單元 4	Ch1 數列與級數			A	5	25
	單元 5	Ch2 排列、組合		8		5	
	單元 6	Ch3 機率	6		B	10	
	單元 7	Ch4 數據分析		12		5	
第 3 冊	單元 8	Ch1 三角	1	13	D	15	35
	單元 9	Ch2 直線與圓			C，G	10	
	單元 10	Ch3 平面向量	3	9		10	
第 4 冊	單元 11	Ch1 空間向量	2			5	20
	單元 12	Ch2 空間中的平面與直線			E	5	
	單元 13	Ch3 矩陣	4			5	
	單元 14	Ch4 二次曲線			F	5	
合　計		單選(7)、多選(6)、選填(7)	7 題	6 題	7 題	100 分	100 分
註	跨單元題目	6，7，11，13	數學素養試題		8，12，A，G		

109 年試題測驗能力指標分析

題型	題目	測驗能力指標	重點內函
單選題	1	銳角三角函數值的比較大小	三角函數定義
	2	空間向量內積、向量運算及性質	正射影概念
	3	向量的線性組合	平行四邊形法
	4	矩陣、反矩陣運算	反矩陣求法
	5	數線上距離之幾何意義	絕對值求解
	6	對數函數運算、古典機率計算	對數運算性質
	7	三次多項式函數圖形、原點對稱性質	對稱點
多選題	8	邏輯與集合概念	數學素養試題
	9	向量內積的運算	兩向量夾角判斷
	10	高次多項式函數求解	因式分解、勘根定理
	11	指對數互換性質、等比數列	指對數關係、等比中項
	12	圖表之數據分析	資料的解讀、數學素養試題
	13	三角形邊角關係、空間兩面角計算	四面體相關性質
選填題	A	成本、售價、利潤關係	數學素養試題
	B	簡易機率乘法運算	樹狀圖繪製
	C	二次不等式、同異側性質	聯立解、線性規畫
	D	餘弦定理、三角形面積、箏形性質及面積	圖解、餘弦定理
	E	空間直線表示法、交點求法	空間直線參數式、垂直性質
	F	拋物線標準式、等腰梯形性質、建立坐標系圖解	拋物線焦距概念
	G	圓、扇形、弓形面積計算	數學素養試題