大學入學考試中心 108 學年度學科能力測驗試題 數學考科

第壹部分：選擇題(占 65 分)

一、單選題(占 30 分)

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1.點 $A(1，0)$在單位圓Γ：$x^2+y^2=1$ 上。試問：Γ上除了 A 點以外，還有幾個點到直線 L：$y=2x$ 的距離，等於 A 點到 L 的距離？(1) 1 個　(2) 2 個　(3) 3 個　(4) 4 個　(5) 0 個

解：如右圖

1.直線 L：$y=2x$ 為通過原點，斜率＝2 的直線

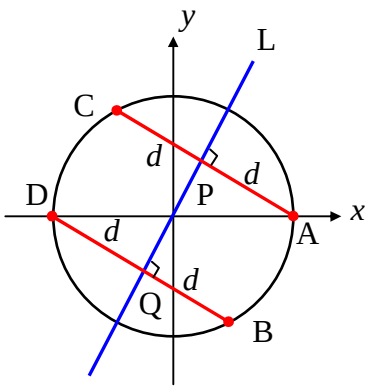
設 A 點到直線 L 的距離為 $d=d(A，L)=\overline{AP}$

2.過 A 點作 $\overline{AC}\perp$直線 L，交圓Γ於點 C，則 $d(C，L)=d=\overline{CP}$

3.又 D 點到直線 L 的距離亦為 $d(D，L)=d=\overline{DQ}$

過 D 點作 $\overline{DB}\perp$直線 L，交圓Γ於點 B，則 $d(B，L)=d=\overline{BQ}$

⇒滿足題意且在圓Γ上之點還有 B，C，D 三個點



答：(3)

出處：第三冊，直線與圓

2.下列哪一個選項是方程式 $x^3-x^2+4x-4=0$ 的解？(註：$i=\sqrt{-1}$)

(1) $-2i$　(2) $-i$　(3) i　(4) 2　(5) 4

解：因式分解 $x^3-x^2+4x-4=x^2(x-1)+4(x-1)=(x-1)(x^2+4)=(x-1)(x+2i)(x-2i)=0$

得解為 $x=1$，$x=2i$，$x=-2i$

答：(1)

出處：第一冊，多項式函數

3.試問共有多少組正整數$(k，m，n)$滿足 $2^k4^m8^n=512$？

(1) 1 組　(2) 2 組　(3) 3 組　(4) 4 組　(5) 0 組

解：$2^k4^m8^n=2^k2^{2m}2^{3n}=2^9$，⇒ $k+2m+3n=9$

正整數解$(k，m，n)=(4，1，1)，(2，2，1)，(1，1，2)$共 3 組，如右表

k	4	2	1
m	1	2	1
n	1	1	2

答：(3)

出處：第一冊，數與式，指數、對數函數

4.廚師買了豬、雞、牛三種肉類食材以及白菜、豆腐、香菇三種素類食材。若廚師想用完這六種食材作三道菜，每道菜可以只用一種食材或用多種食材，但每種食材只能使用一次，且每道菜一定要有肉，試問食材的分配共有幾種方法？

(1) 3　(2) 6　(3) 9　(4) 18　(5) 27

解：1.作三道菜，每道菜一定要有肉，⇒豬、雞、牛三種肉類各分配於一道菜中

2.白菜、豆腐、香菇三種分別搭配豬、雞、牛三種肉類，⇒共有 3×3×3＝27 種方法

答：(5)

出處：第二冊，排列、組合

5.設正實數 b 滿足$(\log 100)(\log b)+\log 100+\log b=7$。試選出正確的選項。

(1) $1\le b\le\sqrt{10}$　(2) $\sqrt{10}\le b\le 10$　(3) $10\le b\le 10\sqrt{10}$

(4) $10\sqrt{10}\le b\le 100$　(5) $100\le b\le 100\sqrt{10}$

解：原式為 $2\log b+2+\log b=7$，⇒ $\log b=\dfrac{5}{3}$，即 $b=10^{\frac{5}{3}}=10\sqrt[3]{100}\approx 46.\cdots$，⇒(4) $10\sqrt{10}\le b\le 100$

答：(4)

出處：第一冊，指數、對數函數

6.某超商依據過去的銷售紀錄，冬天平均氣溫在 6°C 到 24°C 時，每日平均售出的咖啡數量與當天的平均氣溫之相關係數為－0.99，部分紀錄如下表。

平均氣溫 (°C)	11	13	15	17	19	21
平均售出量 (杯)	512	437	361	279	203	135

某日平均氣溫為8°C，依據上述資訊推測，試問該日賣出的咖啡數量應接近下列哪一個選項？

(1) 570 杯　(2) 625 杯　(3) 700 杯　(4) 755 杯　(5) 800 杯

解：題意的數據可求出其回歸直線，再預估氣溫為 8°C 的咖啡數量

然而因相關係數為－0.99，近似完全負相關(所有點幾近在同一直線上)

⇒可視為所有點在斜率近似於－1 的直線，則可依比例估略計算如下：

平均氣溫 (°C)	7	8	9	11	13	15	17	19	21
平均售出量 (杯)	662	624.5	587	512	437	361	279	203	135
	預估值			相差	75	76	82	76	68

平均相差 75

⇒預估氣溫為 8°時，咖啡數接近於 625 杯，∴選(2)

答：(2)

出處：第二冊，排列組合

二、多選題(占 35 分)

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7.設各項都是實數的等差數列 a_1，a_2，a_3，⋯之公差為正實數 α。試選出正確的選項。

(1)若 $b_n=-a_n$，則 $b_1>b_2>b_3>\cdots$

(2)若 $c_n=a_n^2$，則 $c_1<c_2<c_3<\cdots$

(3)若 $d_n=a_n+a_{n+1}$，則 d_1，d_2，d_3，⋯是公差為 α 的等差數列

(4)若 $e_n=a_n+n$，則 e_1，e_2，e_3，⋯是公差為 $\alpha+1$ 的等差數列

(5)若 f_n 為 a_1，a_2，⋯，a_n 的算術平均數，則 f_1，f_2，f_3，⋯是公差為 α 的等差數列

解：根據題意，設 $\langle a_n\rangle$：a_1，a_2，a_3，⋯，其中 $a_n=a_1+(n-1)\alpha$，$\alpha>0$，$n=1,2,3,\cdots$

(1)∵ $b_{n+1}-b_n=-a_{n+1}-(-a_n)=-(a_1+n\alpha)+(a_1+(n-1)\alpha)=-\alpha<0$，$n=1,2,3,\cdots$

⇒ $b_{n+1}<b_n$，即 $b_1>b_2>b_3>\cdots$　(正確)

(2)∵ $c_2-c_1=a_2^2-a_1^2=(a_1+\alpha)^2-a_1^2=2a_1\alpha+\alpha^2$ 不一定為正數，∴ $c_1<c_2$ 不一定成立　(錯誤)

(3)∵ $d_2-d_1=(a_2+a_3)-(a_1+a_2)=a_3-a_1=2\alpha\neq\alpha$　(錯誤)

或 $d_{n+1}-d_n=(a_{n+1}+a_{n+2})-(a_n+a_{n+1})=a_{n+2}-a_n=(a_n+2\alpha)-a_n=2\alpha\neq\alpha$　(錯誤)

(4)∵ $e_{n+1}-e_n=(a_{n+1}+n+1)-(a_n+n)=a_{n+1}-a_n+1=\alpha+1$，$n=1,2,3,\cdots$　(正確)

(5)∵ $f_2-f_1=\dfrac{a_1+a_2}{2}-a_1=\dfrac{a_2-a_1}{2}=\dfrac{\alpha}{2}\neq\alpha$　(錯誤)

或 $f_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=\dfrac{n(2a_1+(n-1)\alpha)}{2}=na_n+\dfrac{n(n-1)\alpha}{2}$

∴ $f_{n+1}-f_n=[(n+1)a_n+\dfrac{n(n+1)\alpha}{2}]-[na_n+\dfrac{n(n-1)\alpha}{2}]=a_1+n\alpha\neq\alpha$　(錯誤)

答：(1)(4)

出處：第二冊，數列與級數

8.在數線上，甲從點－8 開始做等速運動，同時乙也從點 10 開始做等速運動，乙移動的速率是甲的 a 倍，且 $a>1$。試選出正確的選項。

(1)若甲朝負向移動而乙朝正向移動，則他們會相遇

(2)若甲朝負向移動且乙朝負向移動，則他們不會相遇

(3)若甲朝正向移動而乙朝負向移動，則乙先到達原點 0

(4)若甲朝正向移動且乙朝正向移動，則他們之間的距離會越來越大

(5)若甲朝正向移動而乙朝負向移動，且他們在點－2 相遇，則 $a=2$

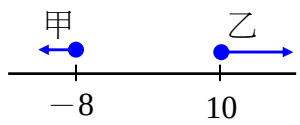


圖 1

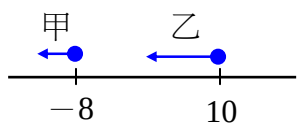


圖 2

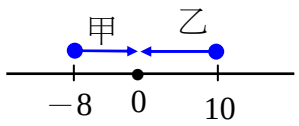


圖 3

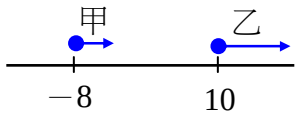


圖 4

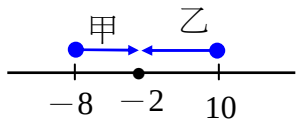


圖 5

解：(1)如圖 1，甲、乙方向相反，且越離越遠，⇒不會相遇　(錯誤)

(2)如圖 2，甲、乙同方向移動，且乙移動的速率是甲的 $a>1$ 倍

⇒乙會追上甲，⇒會相遇　(錯誤)

(3)如圖 3，乙、甲與原點距離比為 $10:8=\frac{5}{4}>1$

⇒即當 $1<a<\frac{5}{4}$ 時，甲先到達原點 0　(錯誤)

(4)如圖 4，甲、乙同方向移動，且乙移動的速率是甲的 $a>1$ 倍

⇒距離＝速率×時間，∴時間越長，相距之距離會越來越大　(正確)

(5)如圖 5，甲、乙在點－2 相遇時，移動距離比為 $6:12=1:2$，⇒ $a=2$　(正確)

答：(4)(5)

出處：第三冊，平面向量

9.從 1，2，3，4，5，6，7 這七個數字中隨機任取兩數。試選出正確的選項。

(1)其和大於 10 的機率為 $\frac{1}{7}$　(2)其和小於 5 的機率為 $\frac{1}{7}$　(3)其和為奇數的機率為 $\frac{4}{7}$

(4)其差為偶數的機率為 $\frac{5}{7}$　(5)其積為奇數的機率為 $\frac{2}{7}$

解：樣本空間個數 n(S：7 個數字中隨機任取兩數)＝$C^7_2=21$

(1)事件 A：兩數和大於 10＝{(4 和 7)，(5 和 6)，(5 和 7)，(6 和 7)}共 4 種，⇒機率＝$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{4}{21}$　(錯誤)

(2)事件：兩數和小於 5＝{(1 和 2)，(1 和 3) }共 2 種，⇒機率＝$\frac{2}{21}$　(錯誤)

(3)事件：和為奇數(奇數 1，3，5，7 取一數，偶數 2，4，6 取一數)，個數有 $C^4_1\times C^3_1=12$，⇒機率＝$\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$　(正確)

(4)事件：兩數差為偶數(取二奇數，或二偶數)，個數有 $C^4_2+C^3_2=9$，⇒機率＝$\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$　(錯誤)

(5)事件：兩數乘積為奇數(取二奇數相乘)，個數有 $C^4_2=6$，⇒機率＝$\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$　(正確)

答：(3)(5)

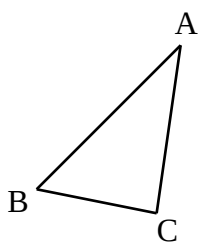
出處：第二冊，機率

10.在ΔABC 中，已知 $50°\le\angle A<\angle B\le 60°$。試選出正確的選項。

(1) $\sin A<\sin B$　(2) $\sin B<\sin C$　(3) $\cos A<\cos B$　(4) $\sin C<\cos C$　(5) $\overline{AB}<\overline{BC}$

解：∵$\angle A<\angle B\le 60°$，∴$\angle C>60°$，⇒$\angle C>\angle B>\angle A$

如右示意圖，根據邊角關係，得知 $\overline{AB}>\overline{AC}>\overline{BC}$



(1)∵$\angle A<\angle B$ 且正弦函數為遞增函數，∴$\sin A<\sin B$　(正確)

(2)∵$\angle B<\angle C$ 且正弦函數為遞增函數，∴$\sin B<\sin C$　(正確)

(3)∵$\angle A<\angle B$ 且餘弦函數為遞減函數，∴$\cos A>\cos B$　(錯誤)

(4)∵$\angle C>60°$，∴$\sin C>\sin 45°=\frac{1}{\sqrt{2}}=\cos 45°>\cos C$　(錯誤)

(5)∵$\angle C>\angle A$，根據邊角關係，得知 $\overline{AB}>\overline{BC}$　(錯誤)

答：(1)(2)

出處：第三冊，三角

11.某地區衛生機構成功訪問了 500 人，其中年齡為 50－59 歲及 60 歲(含)以上者分別有 220 名及 280 名。這 500 名受訪者中，120 名曾做過大腸癌篩檢，其中有 75 名是在一年之前做的，有 45 名是在一年之內做的。已知受訪者中，60 歲(含)以上者曾做過大腸癌篩檢比率是 50－59 歲者曾做過大腸癌篩檢比率的 3.5 倍。試選出正確的選項。

(1)受訪者中年齡為 60 歲(含)以上者超過 60%

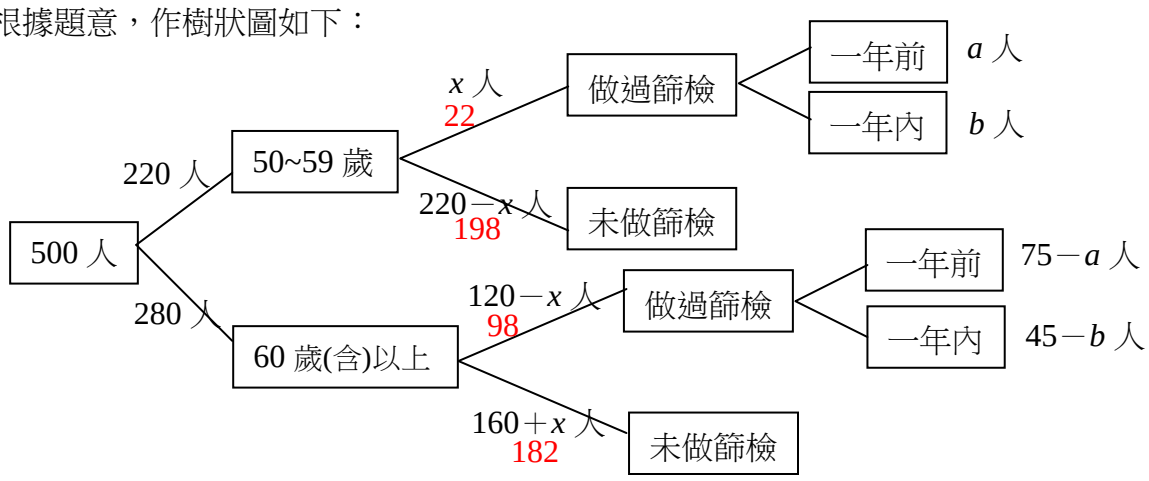
(2)由受訪者中隨機抽取兩人，此兩人的年齡皆落在 50－59 歲間的機率大於 0.25

(3)由曾做過大腸癌篩檢的受訪者中隨機抽取兩人，其中一人在一年之內受檢而另一人在一年之前受檢的機率為 $2\cdot\left(\frac{45}{120}\right)\left(\frac{75}{119}\right)$

(4)這 500 名受訪者中，未曾做過大腸癌篩檢的比率低於 75%

(5)受訪者中 60 歲(含)以上者，曾做過大腸癌篩檢的人數超過 90 名

解：根據題意，作樹狀圖如下：



∵條件 $\frac{x}{220}\times 3.5=\frac{120-x}{280}$，得 $x=22$

(1)受訪者中年齡為 60 歲(含)以上者占 $\frac{280}{500}\times 100\%=56\%<60\%$ (錯誤)

(2)機率＝$\frac{\text{此2人是50～59歲}}{\text{500人任取2人}}=\frac{C_2^{220}}{C_2^{500}}=\frac{220\times 219}{500\times 499}=0.193\cdots<0.25$ (錯誤)

(3)機率＝$\frac{\text{1年前1人}\cdot\text{1年內1人}}{\text{120人任取2人}}=\frac{C_1^{75}\times C_1^{45}}{C_2^{120}}=\frac{75\times 45}{\frac{120\times 119}{2}}=2\cdot\left(\frac{45}{120}\right)\left(\frac{75}{119}\right)$ (正確)

(4)比率＝$\frac{\text{未作篩檢人數}}{\text{全部500人}}=\frac{500-120}{500}=\frac{380}{500}=0.76=76\%>75\%$ (錯誤)

(5)由樹狀圖得知有 $120-x=98$ 名，超過 90 名 (正確)

答：(3)(5)

出處：第三冊，機率

12.設 $f_1(x)$，$f_2(x)$ 為實係數三次多項式，$g(x)$為實係數二次多項式。已知 $f_1(x)$，$f_2(x)$ 除以 $g(x)$的餘式分別為 $r_1(x)$，$r_2(x)$。試選出正確的選項。

(1)$-f_1(x)$ 除以 $g(x)$的餘式為 $-r_1(x)$

(2) $f_1(x)+f_2(x)$ 除以 $g(x)$的餘式為 $r_1(x)+r_2(x)$

(3) $f_1(x)\ f_2(x)$ 除以 $g(x)$的餘式為 $r_1(x)\ r_2(x)$

(4) $f_1(x)$ 除以 $-3\ g(x)$的餘式為 $\frac{-1}{3}r_1(x)$

(5) $f_1(x)\ r_2(x)-f_2(x)\ r_1(x)$ 可被 $g(x)$整除

解：根據題意，設 $f_1(x)=g(x)Q_1(x)+r_1(x)$，$f_2(x)=g(x)Q_2(x)+r_2(x)$，其中 $\deg r_1(x)\le 1$，$\deg r_2(x)\le 1$

(1)$-f_1(x)=-g(x)Q_1(x)-r_1(x)=g(x)[-Q_1(x)]+(-r_1(x))$，∴餘式為 $-r_1(x)$ (正確)

(2) $f_1(x)+f_2(x)=[g(x)Q_1(x)+r_1(x)]+[g(x)Q_2(x)+r_2(x)]=g(x)[Q_1(x)+Q_2(x)]+[r_1(x)+r_2(x)]$

∵$\deg[r_1(x)+r_2(x)]\le 1$，∴餘式為 $r_1(x)+r_2(x)$ (正確)

(3) $f_1(x)\ f_2(x)=[g(x)Q_1(x)+r_1(x)][g(x)Q_2(x)+r_2(x)]$

$=g(x)[g(x)Q_1(x)\ Q_2(x)+Q_1(x)\ r_2(x)+Q_2(x)\ r_1(x)]+r_1(x)\ r_2(x)$

∵$\deg[r_1(x)\ r_2(x)]\ge 2=\deg g(x)$，∴ $r_1(x)\ r_2(x)$ 不一定為餘式 (錯誤)

(4) $f_1(x)=g(x)Q_1(x)+r_1(x)=-3g(x)[\frac{-1}{3}Q_1(x)]+r_1(x)$，∴餘式為 $r_1(x)$ (錯誤)

(5) $f_1(x)r_2(x)-f_2(x)r_1(x)=[g(x)Q_1(x)+r_1(x)]r_2(x)-[g(x)Q_2(x)+r_2(x)]r_1(x)$

$=g(x)Q_1(x)+r_1(x)r_2(x)-g(x)Q_2(x)-r_2(x)r_1(x)$

$=g(x)[Q_1(x)-Q_2(x)]+0$

∵餘式＝0，∴可被 $g(x)$整除 (正確)

答：(1)(2)(5)

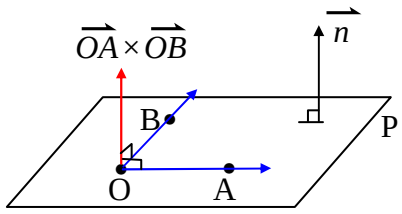
出處：第一冊，多項式

13.坐標空間中有一平面 P 過(0，0，0)，(1，2，3)及(－1，2，3)三點。試選出正確的選項。

(1)向量(0，3，2)與平面 P 垂直　(2)平面 P 與 xy 平面垂直

(3)點(0，4，6)在平面 P 上　(4)平面 P 包含 x 軸

(5)點(1，1，1)到平面 P 的距離是 1



解：如右圖，設 O(0，0，0)，A(1，2，3)，B(－1，2，3)，平面 P 的法向量為 $\vec{n}$

∵ $\overrightarrow{OA}=(1，2，3)$，$\overrightarrow{OB}=(-1，2，3)$，$\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=-2(0，3，-2)$

⇒取 $\vec{n}=(0，3，-2)$

(1)向量(0，3，2)與 $\vec{n}$ 不平行，⇒與平面 P 不垂直 (錯誤)

(2) xy 平面的法向量為(0，0，1)，且 $\vec{n}(0，3，-2)\cdot(0，0，1)=-2\neq 0$，⇒平面 P 與 xy 平面不垂直 (錯誤)

(3)平面 P 的方程式為 $3y-2z=0$，將點(0，4，6)代入 $3y-2z=0$ 成立，⇒點(0，4，6)在平面 P 上 (正確)

(4) x 軸的方向向量為(1，0，0)與 $\vec{n}$ 垂直，且 x 軸上任意點(k，0，0)滿足方程式為 $3y-2z=0$ (正確)

(5)距離 $d((1，1，1)，P：3y-2z=0)=\frac{|0+3-2|}{\sqrt{0^2+3^2+(-2)^2}}=\frac{1}{\sqrt{13}}\neq 1$ (錯誤)

答：(3)(4)

出處：第四冊，空間向量

第貳部分：選填題(占 35 分)

說明：1.第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(14－30)。
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A.設 x，y 為實數，且滿足 $\begin{bmatrix}3&-1&3\\2&4&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\-6\end{bmatrix}$，則 $x+3y=$ ⑭⑮

解：根據矩陣運算 $\begin{bmatrix}3&-1&3\\2&4&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3x-y+3\\2x+4y-1\end{bmatrix}$，⇒ $\begin{cases}3x-y+3=6\\2x+4y-1=-6\end{cases}$，⇒ $\begin{cases}3x-y=3\\2x+4y=-5\end{cases}$，得知 $x=\frac{1}{2}$，$y=\frac{-3}{2}$

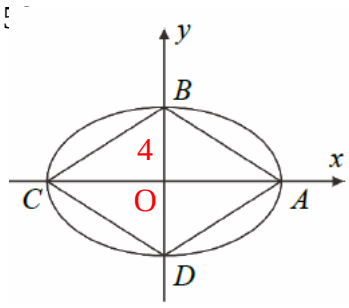
∴ $x+3y=\frac{1}{2}+3(\frac{-3}{2})=-4$

答：－4

出處：第四冊，矩陣

B.如圖(此為示意圖)，A，B，C，D 是橢圓 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{16}=1$ 的頂點。若四邊形 $ABCD$ 的面積為 5

則 $a=$ ⑯⑰/⑱ (化為最簡分數)



解：如右圖，設中心為 O，⇒短軸長＝$\overline{BD}=2\sqrt{16}=8$

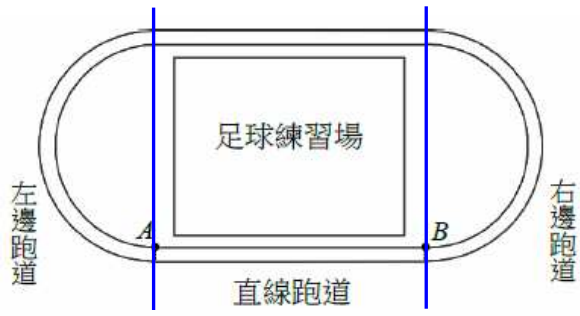
四邊形 $ABCD$ 的面積＝菱形 ABCD 面積＝$\frac{1}{2}\times 8\times\overline{AC}=58$，$\therefore\overline{AC}=\frac{29}{2}$

⇒長軸長＝$2a=\overline{AC}=\frac{29}{2}$，$\therefore a=\frac{29}{4}$

答：$\frac{29}{4}$

出處：第四冊，二次曲線

C.某高中已有一個長 90 公尺、寬 60 公尺的足球練習場。若想要在足球練習場的外圍鋪設內圈總長度為 400 公尺的跑道，跑道規格為左右兩側各是直徑相同的半圓，而中間是上下各一條的直線跑道，直線跑道與足球練習場的長邊平行(如示意圖)。則圖中一條直線跑道 $\overline{AB}$ 長度的最大可能整數值為 ⑲⑳㉑ 公尺



解：先估算左右兩側兩半圓之圓周長＝$2\pi(\frac{60}{2})\approx 188.5$

$\overline{AB}$ 長度＝$\frac{1}{2}(400-188.5)\approx 105.75$，取最大整數值 105

答：105

出處：第三冊，平面向量

D.某次選舉中進行甲、乙、丙三項公投案，每項公投案一張選票，投票人可選擇領或不領。投票結束後清點某投票所的選票，發現甲案有 765 人領票、乙案有 537 人領票、丙案有 648 人領票，同時領甲、乙、丙三案公投票的有 224 人，並且每個人都至少領了兩張公投票。根據以上資訊，可知同時領甲、乙兩案但沒有領丙案公投票者共有 ㉒㉓㉔ 人

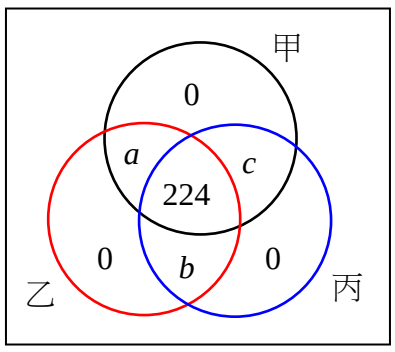
解：根據題意，作文氏圖如右，得數據如下：

甲案：$a+224+c=765$，⇒ $a+c=541$

乙案：$a+224+b=537$，⇒ $a+b=313$

丙案：$b+224+c=648$，⇒ $b+c=424$

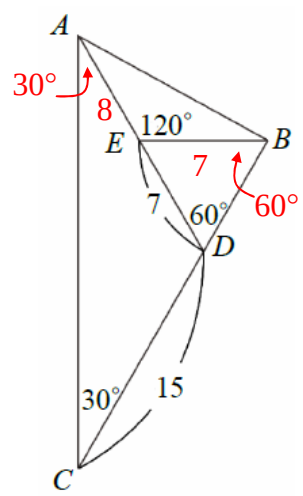
⇒ $a=215$，即為同時領甲、乙兩案但沒有領丙案公投票的人數



答：215

出處：第二冊，機率(集合)

E.如圖(此為示意圖)，在ΔABC 中，$\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D 點，$\overline{BE}$ 交 $\overline{AD}$ 於 E 點，且∠ACB＝30°，∠EDB＝60°，∠AEB＝120°。若 $\overline{CD}=15$，$\overline{ED}=7$，則 $\overline{AB}=$ ㉕㉖



解：1.在ΔACD 中，根據外角性質，∠ACB＝30°＝∠CAD

$\therefore\overline{CD}=15=\overline{AD}$，⇒ $\overline{AE}=15-\overline{ED}=8$

2.在ΔABE 中，根據外角性質，∠EDB＝60°＝∠EBD，$\therefore\overline{EB}=\overline{ED}=7$

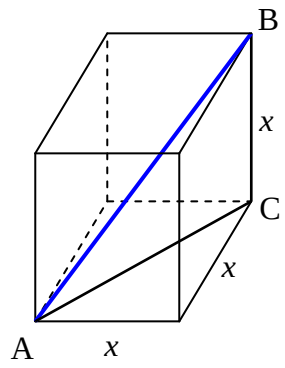
3.在ΔABE 中，根據餘弦定理

$\overline{AB}^2=8^2+7^2-2\times 8\times 7\cos 120°=169$，$\therefore\overline{AB}=\sqrt{169}=13$

答：13

出處：第三冊，三角

F.坐標空間中，考慮有一個頂點在平面 $z=0$ 上、且有另一個頂點在平面 $z=6$ 上的正立方體。則滿足前述條件的正立方體之邊長最小可能值為 ㉗$\sqrt{㉘}$ (化成最簡根式)



解：如右圖，令 A(0，0，0)，B(0，0，6)，設正立方體邊長為 x

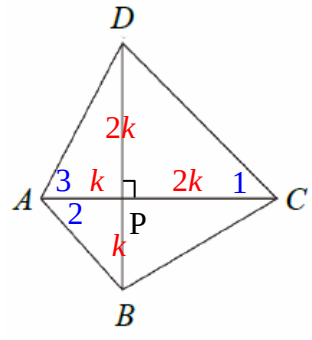
∴正立方體中 $\overline{AB}$ 距離最短

⇒在ΔABC 中，$\overline{AB}=6=\sqrt{x^2+x^2+x^2}$，得邊長最小 $x=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

答：$2\sqrt{3}$

出處：第四冊，空間中的平面與直線

G.如圖(此為示意圖)，A，B，C，D 為平面上的四個點。已知 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{BD}$ 兩向量等長且互相垂直，則 tan∠BAD＝ ㉙㉚



解：1.因 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，∴$2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DC}$

⇒ $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$ 且 $2\overline{AB}=\overline{DC}$

2.如圖，設 $\overline{AC}$，$\overline{BD}$ 交於點 P，在ΔABP，ΔCDP 中

(1)∠APB＝90°＝∠DPC，(2) ∠1＝∠2(∵ $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$，內錯角相等)

⇒ΔABP~ΔCDP (AA 相似)

⇒ $\dfrac{\overline{AP}}{\overline{CP}}=\dfrac{\overline{BP}}{\overline{DP}}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{CD}}=\dfrac{1}{2}$，令 $\overline{AP}=k$，$\overline{CP}=2k$

又∵ $\overline{AC}=\overline{BD}$，∴ $\overline{BP}=k$，$\overline{DP}=2k$

3. tan∠BAD＝tan(∠2＋∠3)＝ $\dfrac{2+1}{1-2\times1}=-3$

答：－3

出處：第二冊，三角，第三冊，平面向量