大學入學考試中心九十五學年度學科能力測驗試題數學科

第一部份：選擇題(佔 55 分)

壹、單選題(佔 25 分)

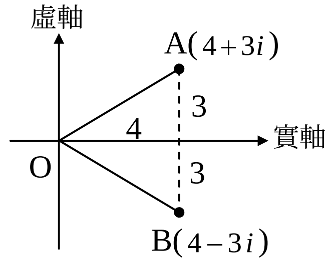
說明：第 1 至 5 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1.設一元二次整係數方程式 $ax^2+bx+c=0$ 有一根為 $4+3i$。若將此方程式的兩根與原點在複數平面上標出，則此三點所圍成的三角形面積為(1) 5　(2) 6　(3) 12　(4) 16　(5) 24

解：根據實係數方程式複數根成共軛性質，得知 $4-3i$ 也是一根

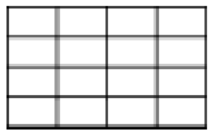
令 A($4+3i$)，B($4-3i$)，標示在複數平面上(如右圖)

則ΔOAB 之面積＝$\frac{1}{2}\times 6\times 4$＝12



答：(3)

2.在右圖的棋盤方格中，隨機任意取兩個格子。選出的兩個格子不在同行(有無同列無所謂)的機率為：(1) $\frac{1}{20}$　(2) $\frac{1}{4}$　(3) $\frac{3}{4}$　(4) $\frac{3}{5}$　(5) $\frac{4}{5}$



解：樣本空間 n(S)＝n(任意取兩個格子)＝C^{16}_2＝8×15＝120

事件 n(A)＝n(兩個格子不在同行)＝$C^{4行}_{2行}\times C^{4格}_{1格}\times C^{4格}_{1格}$＝6×4×4＝96

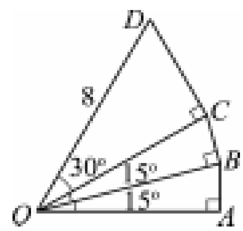
機率＝$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{96}{120}=\frac{4}{5}$

答：(5)

3.右圖是由三個直角三角形堆疊而成的圖形，且 $\overline{OD}$＝8。

問：直角三角形 OAB 的高 $\overline{AB}$ 為何？

(1) 1　(2) $\sqrt{6}-\sqrt{2}$　(3) $\sqrt{7}-1$　(4) $\sqrt{3}$　(5) 2



解：在ΔDOC 中，$\overline{OC}=\overline{OD}\cos30^0=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

在ΔCOB 中，$\overline{OB}=\overline{OC}\cos15^0=4\sqrt{3}\cos15^0$

在ΔBOA 中，$\overline{AB}=\overline{OB}\cos15^0=(4\sqrt{3}\cos15^0)\sin15^0=2\sqrt{3}(2\cos15^0\sin15^0)=\sqrt{3}$

註：利用 $\cos15^0=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，$\sin15^0=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ 計算亦可

答：(4)

4.下列哪一個數值最接近$\sqrt{2}$？

(1)$\sqrt{3}\cos 44^0+\sin 44^0$ (2)$\sqrt{3}\cos 54^0+\sin 54^0$ (3)$\sqrt{3}\cos 64^0+\sin 64^0$

(4)$\sqrt{3}\cos 74^0+\sin 74^0$ (5)$\sqrt{3}\cos 84^0+\sin 84^0$

解：各選項的模式皆為$\sqrt{3}\cos\theta+\sin\theta$，利用疊合公式化簡

$$\sqrt{3}\cos\theta+\sin\theta=2(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta+\frac{1}{2}\sin\theta)=2(\sin 60^0\cos\theta+\cos 60^0\sin\theta)=2\sin(60^0+\theta)$$

$\therefore$若 $2\sin(60^0+\theta)=\sqrt{2}$ 時，$\sin(60^0+\theta)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

得知 $60^0+\theta=45^0$ 或 135^0，$\therefore\theta=-15^0$ 或 75^0

故$\sqrt{3}\cos 74^0+\sin 74^0$最接近$\sqrt{2}$

答：(4)

5.在養分充足的情況下，細菌的數量會以指數函數的方式成長，假設細菌 A 的數量每兩個小時可以成長為兩倍，細菌 B 的數量每三個小時可以成長為三倍。若養分充足且一開始兩種細菌的數量相等，則大約幾小時後細菌 B 的數量除以細菌 A 的數量最接近 10？

(1) 24 小時 (2) 48 小時 (3) 69 小時 (4) 96 小時 (5) 117 小時

解 1：設一開始兩種細菌的數量均為 x，則依據題意：

細菌 A 每經過 t 小時的成長數量為 $x\cdot 2^{\frac{t}{2}}$；細菌 B 每經過 t 小時的成長數量為 $x\cdot 3^{\frac{t}{3}}$

$\Rightarrow\dfrac{細菌B}{細菌A}=\dfrac{x\cdot 3^{\frac{t}{3}}}{x\cdot 2^{\frac{t}{2}}}=10$，$\Rightarrow$ 即 $3^{\frac{t}{3}}=10\cdot 2^{\frac{t}{2}}$

$\Rightarrow$ 兩邊取 log，$\Rightarrow\dfrac{t}{3}\log 3=\log 10+\dfrac{t}{2}\log 2=1+\dfrac{t}{2}\log 2$

同乘 6 $\Rightarrow(2t)\log 3=6+(3t)\log 2$ $\Rightarrow t=\dfrac{6}{2\log 3-3\log 2}=\dfrac{6}{2\times 0.4771-3\times .3010}\fallingdotseq 117.2$

解 2：(1)設一開始兩種細菌的數量均為 x，則依據題意：

細菌 A 每經過 $2t$ 小時的成長關係式為 $x\cdot 2^t$；細菌 B 每經過 $3t$ 小時的成長關係式為 $x\cdot 3^t$

(2)設經過 $6k$ 小時細菌 B 的數量除以細菌 A 的數量最接近 10，

即細菌 A 經過 $2t=2(3k)=6k$ 小時；細菌 B 經過 $3t=3(2k)=6k$ 小時

$\Rightarrow\dfrac{細菌B}{細菌A}=\dfrac{x\cdot 3^{2k}}{x\cdot 2^{3k}}=10$，$\Rightarrow$ 得 $\dfrac{3^{2k}}{2^{3k}}=10$，$\Rightarrow(\dfrac{3^2}{2^3})^k=10$，$\Rightarrow(\dfrac{9}{8})^k=10$

$\Rightarrow$兩邊取 log，$\Rightarrow k(\log 9-\log 8)=\log 10=1$

$\Rightarrow k=\dfrac{1}{\log 9-\log 8}=\dfrac{1}{2\times 0.4771-3\times 0.3010}\fallingdotseq 19.5$

$\Rightarrow$故需 $6k=19.5\times 6=117$ (小時)

答：(5)

貳、多選題(佔 30 分)

說明：第 6 至 11 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 2.5 分，錯兩個或兩個以上選項不給分。

6.假設 a，b，c 是三個正整數。若 25 是 a，b 的最大公因數，且 3，4，14 都是 b，c 的公因數，則下列何者正確？

(1) c 一定可以被 56 整除　(2) $b\geq 2100$　(3)若 $a\leq 100$，則 $a=25$

(4) a，b，c 三個數的最大公因數是 25 的因數

(5) a，b，c 三個數的最小公倍數大於或等於 $25\times 3\times 4\times 14$

解：設 $a=25h$,

$b=25k$，且 $k=3\times 2^2\times 7\times m$

$c=3\times 2^2\times 7\times n$　$(h，k)=1$，$(m，n)=1$

(1) $c=3\times 2^2\times 7\times n=28\times n=84\times n$ 不一定可以被 56 整除

(2) $b=25\,k=25\times 3\times 2^2\times 7\times n=2100\times n\geq 2100$

(3) $\because (h，k)=1$，$\therefore h=1，5，11，\cdots$，$\therefore a=25h=25，125，\cdots$，若 $a\leq 100$，則 $a=25$

(4) $\because (a，b，c)\mid(a，b)$，$\therefore (a，b，c)\mid 25$

(5) $[a，b，c]=25\times 3\times 2^2\times 7\times m\times n\geq 25\times 3\times 4\times 7$

答：(2)(3)(4)

7.考慮坐標平面上所有滿足 $\sqrt{(x-2)^2+y^2}+\sqrt{(x-2)^2+(y+4)^2}=10$ 的點$(x，y)$所成的圖形，下列敘述何者正確？

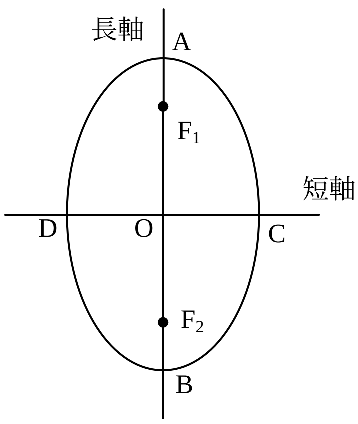
(1)此圖形為一橢圓　(2)此圖形為一雙曲線　(3)此圖形的中心在(2，－2)

(4)此圖形對稱於 $x-2=0$　(5)此圖形有一頂點(2，3)

解：(1)設動點 $P(x，y)$，$F_1(2，0)$，$F_2(2，-4)$，且 $2a=10$，則 $\overline{F_1F_2}=2c=4<10=2a$

滿足 $d(P(x，y)，F_1)+d(P(x，y)，F_2)=2a>\overline{F_1F_2}$

故圖形為鉛直長軸的橢圓(如右圖)



(2)中心為 F_1，F_2 的中點為 O(2，－2)

長軸頂點 A(2，3)，B(2，－7)

$\because c=2$，$a=5$，由關係式 $a^2=b^2+c^2$，得 $b^2=21$

$\therefore$短軸頂點 $C(2+\sqrt{21}，-2)$，$D(2-\sqrt{21}，-2)$

對稱軸為長軸 $x=2$，與短軸 $y=-2$

答：(1)(3)(4)(5)

8.假設實數 a_1，a_2，a_3，a_4 是一個等差數列，且滿足 $0<a_1<2$ 及 $a_3=4$。若定義 $b_n=2^{a_n}$，則以下哪些選項是對的？

(1) b_1，b_2，b_3，b_4 是一個等比數列　(2) $b_1<b_2$　(3) $b_2>4$

(4) $b_4>32$　(5) $b_2\times b_4=256$

解：設等差數列 $<a_n>$：a_1，a_2，a_3，a_4，且公差為 $d=a_2-a_1=a_3-a_2=a_4-a_3$

$\because b_n=2^{a_n}$，$\therefore$ 數列 $<b_n>$：$b_1=2^{a_1}$，$b_2=2^{a_2}$，$b_3=2^{a_3}$，$b_4=2^{a_4}$

(1) $\because \dfrac{b_2}{b_1}=\dfrac{2^{a_2}}{2^{a_1}}=2^{a_2-a_1}=2^d$，$\dfrac{b_3}{b_2}=\dfrac{2^{a_3}}{2^{a_2}}=2^{a_3-a_2}=2^d$，$\therefore <b_n>$ 為等比數列

(2) $\because 0<a_1<2$，且 $a_3=4$，即得知公差 $d>0$

$\because a_1<a_2<a_3<a_4$，$\Rightarrow 2^{a_1}<2^{a_2}<2^{a_3}<2^{a_4}$，故 $b_1<b_2<b_3<b_4$(指數 2^x 為一遞增函數)

(3) $\because 0<a_1<2$，且 $a_3=4$，$\therefore 0<a_1+a_3<6$，$2<\dfrac{a_1+a_3}{2}=a_2<3$，($a_2$ 是 a_1，a_3 等差中項)

$\Rightarrow$ 知 $2^2<2^{a_2}<2^3$，$\Rightarrow$ $4<b_2<8$

(4) $\because 2<a_3-a_1<4$，$\Rightarrow 2<2d<4$，$\Rightarrow 1<d<2$，$\Rightarrow 5<4+d<6$

而 $a_4=a_3+d=4+d>5$，$\therefore b_4=2^{a_4}>2^5=32$，$\Rightarrow$ $b_4>32$

(5) $\because b_2\times b_4=2^{a_2}\times 2^{a_4}=2^{a_2+a_4}=2^{2a_3}=2^8=256$

答：(1)(2)(3)(4)(5)

9.學生練習計算三次多項式 $f(x)$除以一次多項式 $g(x)$的餘式。已知 $f(x)$的三次項係數為 3，一次項係數為 2。甲生在計算時把 $f(x)$的三次項係數錯看成 2(其它係數沒看錯)，乙生在計算時把 $f(x)$的一次項係數錯看成-2(其它係數沒看錯)。而甲生和乙生算出來的餘式剛好一樣。試問 $g(x)$可能等於以下哪些一次式？(1) x　(2) $x-1$　(3) $x-2$　(4) $x+1$　(5) $x+2$

解 1：設 $f(x)=3x^3+bx^2+2x+d$，且 $g(x)=a(x-k)$，a，b，d，k 為實數，餘數為 R，則

甲生計算時 $k(x)=2x^3+bx^2+2x+d$；乙生計算時 $h(x)=3x^3+bx^2-2x+d$

$2x^3+bx^2+2x+d=a(x-k)\,Q(x)+R$　$\Rightarrow 2x^3+bx^2+2x+(d-R)=a(x-k)\,Q(x)$ ….(1)

$3x^3+bx^2-2x+d=a(x-k)\,q(x)+R$　$\Rightarrow 3x^3+bx^2-2x+(d-R)=a(x-k)\,q(x)$ ….(2)

由(2)－(1)：$x^3-4x=a(x-k)\,[q(x)-Q(x)]$，即知 x^3-4x 是 $x-k$ 的倍式

又 $x^3-4x=x(x-2)(x+2)\Rightarrow$ $\therefore x-k$ 可能為 x 或 $x-2$ 或 $x+2$

解 2：設 $f(x)=3x^3+bx^2+2x+d$，　b，d 為實數，

甲生計算時 $k(x)=2x^3+bx^2+2x+d$；乙生計算時 $h(x)=3x^3+bx^2-2x+d$，則

(1)若 $g(x)=x$，則甲得到的餘式$=f(0)=d$；乙得到的餘式$=h(0)=d$，正確

(2)若 $g(x)=x-1$，

則甲得到的餘式$=k(1)=4+b+d$；乙得到的餘式$=h(1)=1+b+d$，不正確

(3)若 $g(x)=x-2$，

則甲得到的餘式$=k(2)=20+b+d$；乙得到的餘式$=h(2)=20+b+d$，正確

(4)若 $g(x)=x+1$，

則甲得到的餘式$=k(-1)=-4+b+d$；乙得到的餘式$=h(-1)=-1+b+d$，不正確

(5)若 $g(x)=x+2$，

則甲得到的餘式$=k(-2)=-20+b+d$；乙得到的餘式$=h(-2)=-20+b+d$，正確

答：(1)(3)(5)

10.下圖是根據 100 名婦女的體重所作出的直方圖(圖中百分比數字代表各體重區間的相對次數，其中各區間不包含左端點而包含右端點)。該 100 名婦女體重的平均數為 55 公斤，標準差為 12.5 公斤。曲線 N 代表一常態分佈，其平均數與標準差與樣本值相同。在此樣本中，若定義「體重過重」的標準為體重超過樣本平均數 2 個標準差以上(即體重超過 80 公斤以上)，則下列敘述哪些正確？

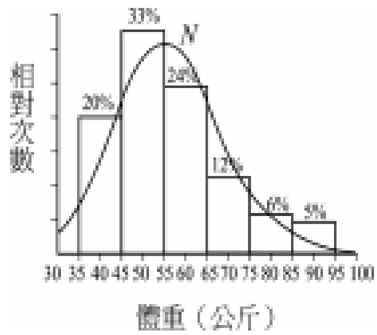
(1)曲線 N(常態分佈)中，在 55 公斤以上所佔的比例約為 50%

(2)曲線 N(常態分佈)中，在 80 公斤以上所佔的比例約為 2.5%

(3)該樣本中，體重的中位數大於 55 公斤

(4)該樣本中，體重的第一四分位數大於 45 公斤

(5)該樣本中，「體重過重」(體重超過 80 公斤以上)的比例大於或等於 5%



解：如常態分佈圖：

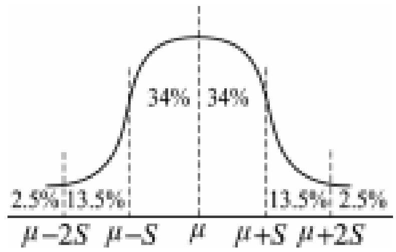
(1)根據常態分配曲線，平均數以上與以下各占 50%。

(2) 80 公斤＝55 公斤＋2(12.5 公斤)＝平均數＋2 個標準差
由常態分配曲線知 80 公斤以上佔 2.5%。

(3)∵25%＋33%＞50%，∴中位數落在 45~55 公斤這一組內
∴體重的中位數小於 55 公斤

(4)∵體重 35~45 公斤占 20%，而第一四分位數約為 25%
∴體重的第一四分位數大於 45 公斤

(5)∵體重 85~95 公斤已占 5%，可知 80 公斤以上大於或等於 5%



答：(1)(2)(4)(5)

11.將正整數 18 分解成兩個正整數的乘積有 1×18，2×9，3×6 三種，又 3×6 是這三種分解中，兩數的差最小的，我們稱 3×6 為 18 的最佳分解。當 $p\times q(p\le q)$ 是正整數 n 的最佳分解時，我們規定函數 $F(n)=\dfrac{p}{q}$，例如 $F(18)=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$。下列有關函數 $F(n)$的敘述，何者正確？

(1) $F(4)=1$ (2) $F(24)=\dfrac{3}{8}$ (3) $F(27)=\dfrac{1}{3}$ (4)若 n 是一個質數，則 $F(n)=\dfrac{1}{n}$

(5)若 n 是一個完全平方數，則 $F(n)=1$

解：(1)∵$4=1\times4=2\times2$，∴$F(4)=\dfrac{2}{2}=1$

(2)∵$24=1\times24=2\times12=3\times8=4\times6$，∴$F(24)=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

(3)∵$27=1\times27=3\times9$，∴$F(27)=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

(4)∵n 是一個質數，∴$n=1\times n$，∴$F(n)=\dfrac{1}{n}$

(5)∵n 是一個完全平方數，設 $n=k\times k$，$F(n)=\dfrac{k}{k}=1$

答：(1)(3)(4)(5)

第二部份：選填題(佔 45 分)

說明：1.第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(12－32)。

2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A.抽樣調查某地區 1000 個有兩個小孩的家庭，得到如下數據，其中(男，女)代表第一個小孩是男孩而第二個小孩是女生的家庭，餘類推。

家庭別	家庭數
(男，男)	261
(男，女)	249
(女，男)	255
(女，女)	235

由此數據可估計該地區有兩個小孩家庭的男、女孩性別比約為___：100。(四捨五入至整數位)

解：由圖表得知：

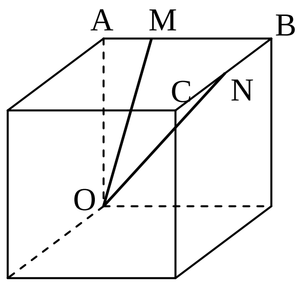
小孩是男孩有 261×2＋249＋255＝1026(家庭)＝1026(位)

小孩是女孩有 249＋255＋235×2＝974(家庭)＝974(位)

∴男孩：女孩＝1026：974≒1.053：1≒105：100

答：105：100

B.下圖為一正立方體，若 M 在線段 $\overline{AB}$ 上，$\overline{BM}=2\overline{AM}$，$N$ 為線段 $\overline{BC}$ 之中點，則 $\cos\angle MON=$____。(分數要化成最簡分數)



解：(1)如右圖，建立一坐標，取邊長為 6 單位

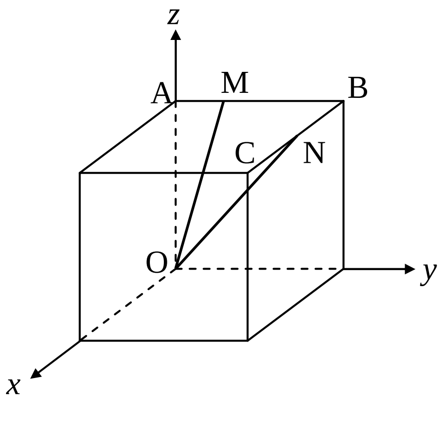
∴O(0，0，0)，M(0，2，6)，N(3，6，6)

(2)$\overrightarrow{OM}$＝(0，2，6)，$|\overrightarrow{OM}|=\sqrt{0^2+2^2+6^2}=2\sqrt{10}$

$\overrightarrow{ON}$＝(3，6，6)，$|\overrightarrow{ON}|=\sqrt{3^2+6^2+6^2}=9$

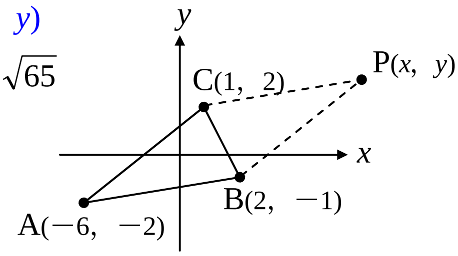
$\Rightarrow \overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=0+12+36=48$

$\cos\angle MON=\dfrac{\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}}{|\overrightarrow{OM}||\overrightarrow{ON}|}=\dfrac{48}{2\sqrt{10}\times 9}=\dfrac{4}{15}\sqrt{10}$



答：$\dfrac{4}{15}\sqrt{10}$

C.給定平面上三點(－6，－2)，(2，－1)，(1，2)。若有第四點和此三點形成一菱形(四邊長皆相等)，則第四點的坐標為______。(化為最簡分數)



解：(1)如右圖，設 A(－6，－2)，B(2，－1)，C(1，2)，P(x，y)

$\because \overline{AB}=\sqrt{65}=\overline{AC}$，$\overline{BC}=\sqrt{10}$，$\therefore$此菱形之邊長＝$\sqrt{65}$

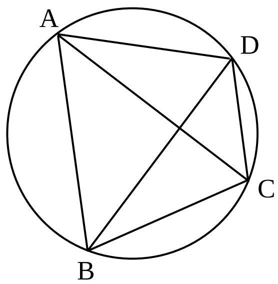
(2)利用對教交於同一點性質，則

P 點之 x 分量：$1+2=-6+x$，$\therefore x=9$

P 點之 y 分量：$2+(-1)=-2+y$，$\therefore y=3$

答：(9，3)

D.如圖所示，ABCD 為圓內接四邊形：若∠DBC＝30^0，∠ABD＝45^0，$\overline{CD}$＝6，則線段 $\overline{AD}$＝____。

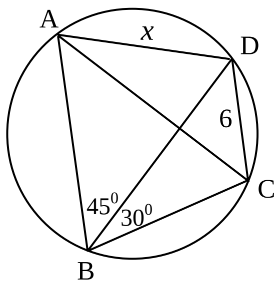


解 1：設此外接圓半徑為 R，$\overline{AD}=x$，根據正弦定理得知：

在ΔDBC 中，$\dfrac{\overline{CD}}{\sin\angle DBC}=\dfrac{6}{\sin 30^0}=2R$

在ΔABD 中，$\dfrac{\overline{AD}}{\sin\angle ABD}=\dfrac{x}{\sin 45^0}=2R$

$\therefore \dfrac{6}{\sin 30^0}=\dfrac{x}{\sin 45^0} \Rightarrow x=\dfrac{6}{\sin 30^0}\times\sin 45^0=\sqrt{72}$



解 2：(1)∵ABCD 為圓內接四邊形，∴∠DCB＋∠DAB＝180^0

sin (∠DCB)＝sin (180^0－∠DAB)＝sin (∠DAB)

(2)在ΔDBC 中，$\dfrac{\overline{CD}}{\sin\angle DBC}=\dfrac{6}{\sin 30^0}=\dfrac{\overline{BD}}{\sin\angle DBC}$

在ΔABD 中，$\dfrac{\overline{AD}}{\sin\angle ABD}=\dfrac{x}{\sin 45^0}=\dfrac{\overline{BD}}{\sin\angle DAB}=\dfrac{\overline{BD}}{\sin\angle DBC}$

$\therefore \dfrac{6}{\sin 30^0}=\dfrac{x}{\sin 45^0}\Rightarrow x=\dfrac{6}{\sin 30^0}\times\sin 45^0=\sqrt{72}$

答：$\sqrt{72}$

E.新新鞋店為與同業進行促銷戰，推出「第二雙不用錢---買一送一」的活動。該鞋店共有八款鞋可供選擇，其價格如下：

款式	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛
價格	670	670	700	700	700	800	800	800

規定所送的鞋之價格一定少於所買的價格(例如：買一個「丁」款鞋，可送甲、乙兩款鞋之一)。若有一位新新鞋店的顧客買一送一，則該顧客所帶走的兩雙鞋，其搭配方法一共有____種。

解：(1)若買 800 元的鞋：有(己、庚、辛) 3 款，可送(甲、乙、丙、丁、戊) 5 款

$\Rightarrow$ 有 $C_1^3 \times C_1^5 = 3 \times 5 = 15$ 種方式

(2)若買 700 元的鞋：有(丙、丁、戊) 3 款，可送(甲、乙) 2 款

$\Rightarrow$ 有 $C_1^3 \times C_1^2 = 3 \times 2 = 6$ 種方式

共有 15＋6＝21 種方式

答：21 種

F.某地共有 9 個電視頻道，將其分配給 3 個新聞台、4 個綜藝台及 2 個體育台共三種類型。若同類型電視台的頻道要相鄰，而且前兩個頻道保留給體育台，則頻道的分配方式共有______種。

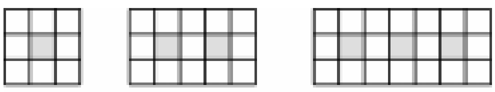
解：體 1　體 2　___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

$\Downarrow$　　　　$\Downarrow$

2！　新新新(3！)×綜綜綜綜(4！)×新、綜互換(2！)

答：共有 2！×3！×4！×2＝576 種

G.用黑、白兩種顏色的正方形地磚依照如下的規律拼成若干圖形：



第1個　第2個　第3個

拼第 95 個圖需用到_____塊白色地磚。

解 1：由觀察得知：

第 1 圖白色地磚數＝長×寬－黑色磁磚＝8＝3×3－1＝3×(2×1＋1)－1

第 2 圖白色地磚數＝長×寬－黑色磁磚＝13＝3×5－2＝3×(2×2＋1)－2

第 3 圖白色地磚數＝長×寬－黑色磁磚＝18＝3×7－3＝3×(2×3＋1)－3

.....

第 95 圖白色地磚數＝長×寬－黑色磁磚＝3×(2×95＋1)－95＝478

解 2：第 1 圖白色地磚數＝3＋5×1

第 2 圖白色地磚數＝3＋5×2

.....

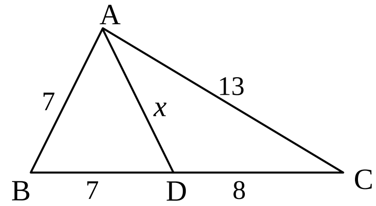
第 95 圖白色地磚數＝3＋5×95＝478

答：478 塊白色地磚

H.在三角形 ABC 中，若 D 點在 $\overline{BC}$ 邊上，且 $\overline{AB}=7$，$\overline{AC}=13$，$\overline{BD}=7$，$\overline{CD}=8$，

則 $\overline{AD}=$____。

解：如右圖，設 $\overline{AD}=x$，利用餘弦定理



在ΔABD 中，$\cos B=\dfrac{\overline{AB}^2+\overline{BD}^2-\overline{AD}^2}{2\times\overline{AB}\times\overline{BD}}=\dfrac{7^2+7^2-x^2}{2\times7\times7}$

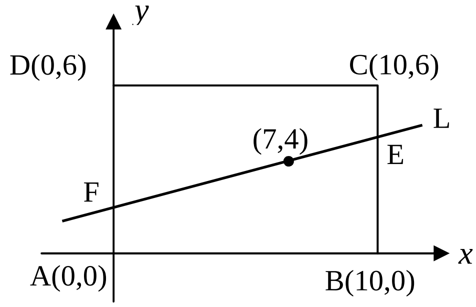
在ΔABC 中，$\cos B=\dfrac{\overline{AB}^2+\overline{BS}^2-\overline{AC}^2}{2\times\overline{AB}\times\overline{BC}}=\dfrac{7^2+15^2-13^2}{2\times7\times15}$

$\therefore \dfrac{7^2+7^2-x^2}{2\times7\times7}=\dfrac{7^2+15^2-13^2}{2\times7\times15} \Rightarrow \dfrac{98-x^2}{7}=\dfrac{105}{15}$，$\Rightarrow x^2=49$，取 $x=\overline{AD}=7$

答：$\overline{AD}=7$

I. 設 A(0，0)，B(10，0)，C(10，6)，D(0，6)為坐標平面上的四個點。如果直線 $y=m(x-7)+4$ 將四邊形 ABCD 分成面積相等的兩塊，那麼 $m=$_____。(化成最簡分數)

解 1：如右圖



(1)設直線 L：$y=m(x-7)+4$，$\Rightarrow y-4=m(x-7)$

表示 L 是斜率為 m 且恆過點(7，4)的直線

(2)直線 L 與 $\overline{BC}$ 邊交於 E(10，$4+3m$)

直線 L 與 $\overline{AD}$ 邊交於 F(0，$4-7m$)

∵直線 L 平分四邊形 ABCD 的面積，∴ $\overline{AF}=\overline{CE}$

$\Rightarrow 4-7m=6-(4+3m)$，得知 $m=\dfrac{1}{2}$

或∵直線 L 平分四邊形 ABCD 的面積，∴梯形 FABE 面積＝$\dfrac{1}{2}$矩形 ABCD 面積

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}[(4+3m)+(4-7m)]\times10=\dfrac{1}{2}(10\times6)$，$\Rightarrow -4m+8=6$，得知 $m=\dfrac{1}{2}$

解 2：(1)設直線 L：$y=m(x-7)+4$，$\Rightarrow y-4=m(x-7)$

表示 L 是斜率為 m 且恆過點(7，4)的直線

(2)∵四邊形 ABCD 為一矩形，則通過對角線交點之直線必將矩形分成面積相等的兩塊

而對角線交點就是對角線 $\overline{AC}$ 或 $\overline{BD}$ 的中點(5，3)

(3)由(1)、(2)知直線通過點(7，4)、(5，3)兩點，故斜率 $m=\dfrac{4-3}{7-5}=\dfrac{1}{2}$

答：$\dfrac{1}{2}$