大學入學考試中心 111 學年度學科能力測驗試題 數學 B 考科

第壹部分：選擇(填)題(占 85 分)

一、單選題(占 35 分)

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1.試問有多少個整數 x 滿足 $2|x|+x<10$？

(1) 13 個 (2) 14 (3) 15 (4) 16 (5) 無窮多個

解：①當 $x\geq 0$ 時，$|x|=x$，$\Rightarrow 2x+x<10$，$x<\dfrac{10}{3}$，得 $0\leq x<\dfrac{10}{3}$，整數 $x=0$，1，2，3 共 4 個

②當 $x<0$ 時，$|x|=-x$，$\Rightarrow -2x+x<10$，$x>-10$，得 $-10<x<0$，整數 $x=-1$，-2，…，-9 共 9 個

整數 x 有 $4+9=13$ 個

答：(1)

2.某燈會布置變色閃燈，每次啟動後的閃燈顏色會依照以下的順序做週期性變換：藍-白-紅-白-藍-白-紅-白-藍-白-紅-白…，每四次一循環，其中藍光每次持續 5 秒，白光每次持續 2 秒，而紅光每次持續 6 秒。假設換燈號的時間極短可被忽略，試選出啟動後第 99 至 101 秒之間的燈號。

(1)皆為藍燈 (2)皆為白燈 (3)皆為紅燈 (4)先亮藍燈再亮白燈 (5)先亮白燈再亮紅燈

解：根據週期性變換：藍-白-紅-白為一週期＝5＋2＋6＋2＝15 秒，⇒ 當 90 秒＝15 秒×6 輪週期

⇒第 91 秒起新一輪週期：藍(91~95 秒)，白(96~97 秒)，紅(98~103 秒)，……

故第 99 至 101 秒之間的燈號皆為紅燈

答：(3)

3.有八棟大廈排成一列，由左至右分別編號 1,2,3,4,5,6,7,8。今電信公司想選取其中三棟大廈的屋頂分別設立一座電信基地台。若基地台不能設立於相鄰的兩棟大廈，以免訊號互相干擾，試問在 3 號大廈不設立基地台的情況下，有多少種設立基地台的選取方法？

(1) 12 (2) 13 (3) 20 (4) 30 (5) 35

解：①選編號 1，搭配(4，6)(4，7)(4，8)(5，7)(5，8)(6，8)有 6 種選取方法

②選編號 2，搭配(4，6)(4，7)(4，8)(5，7)(5，8)(6，8)有 6 種選取方法

③不選編號 1，2，選(4，6，8)有 1 種

⇒共 6＋6＋1＝13 種選取方法

答：(2)

4.在坐標平面上，已知向量 $\overrightarrow{PQ}=(\log\frac{1}{5}, -10^{-5})$，其中點 P 的坐標為 $(\log\frac{1}{2}, 2^{-5})$。試選出正確的選項。

(1)點 Q 在第一象限 (2)點 Q 在第二象限 (3)點 Q 在第三象限 (4)點 Q 在第四象限 (5)點 Q 位於坐標軸上

解：設點 Q(x，y)，$\Rightarrow \overrightarrow{PQ}=(\log\frac{1}{5}, -10^{-5})=(x-\log\frac{1}{2}, y-2^{-5})$，$\Rightarrow \begin{cases} x-\log\frac{1}{2}=\log\frac{1}{5} \\ y-2^{-5}=-10^{-5} \end{cases}$

① $x=\log\frac{1}{5}+\log\frac{1}{2}=\log(\frac{1}{5}\times\frac{1}{2})=\log\frac{1}{10}=-1<0$

② $y=2^{-5}-10^{-5}=\dfrac{1}{2^5}-\dfrac{1}{10^5}>0$

⇒得知點 Q(x，y)在第二象限

答：(2)

5.設矩陣 $A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$，若 $A^7-3A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$，則 $a+b+c+d$ 之值為下列哪一個選項？

(1)－8　(2)－5　(3) 5　(4) 8　(5) 10

解：① $A^2=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}=2I$　② $A^3=AA^2=A\times 2I=2A$

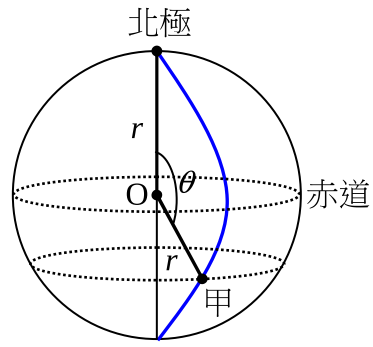
③ $A^4=A^2\times A^2=(2I)(2I)=4I^2=4I$　④ $A^7=A^3\times A^4=(2A)(4I)=8A$

$\Rightarrow$所求 $A^7-3A=8A-3A=5A=\begin{bmatrix}5 & 5\\ 5 & -5\end{bmatrix}$，$\Rightarrow a=b=c=5$，$d=-5$，故 $a+b+c+d=10$

答：(5)

6.假設地球為一半徑 r 的球體，有一質點自甲地沿著該地所在經線往北移動，抵達北極點時移動所經過的弧線之長度為 $\frac{7}{12}\pi r$。試問哪一個選項最可能是甲地的位置？

(1)東經 75°、北緯 15°　(2)東經 30°、南緯 75°　(3)東經 75°、南緯 15°
(4)西經 30°、北緯 75°　(5)西經 75°、南緯 30°



解：如右圖，設自甲地到北極點移動 θ 弳，弧長為 $\frac{7}{12}\pi r$

$\Rightarrow \frac{7}{12}\pi r=r\theta$，得知 θ 弳 $=\frac{7}{12}\pi=105°$

故從南緯 15°出發抵達北極點共移動 105°，經度不拘

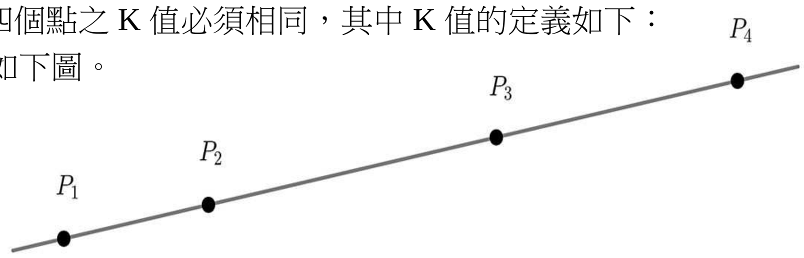
答：(3)

7.畫家把空間景物用單點透視法畫在平面的畫紙上時，有以下原則要遵守：

一、空間中的直線畫在畫紙上必須是一條直線

二、空間直線上點的相關位置必須和畫紙所畫的點的相關位置一致

三、空間直線上的任四個相異點的 K 值，和畫紙所畫的四個點之 K 值必須相同，其中 K 值的定義如下：
直線上任給四個有順序的相異點 P_1，P_2，P_3，P_4，如下圖。



其所對應的 K 值定義為 $K=\dfrac{\overline{P_1P_4}\times\overline{P_2P_3}}{\overline{P_1P_3}\times\overline{P_2P_4}}$

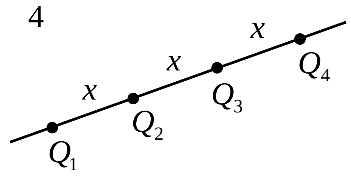
今某畫家依照以上原則，將空間中一直線及該線上的四相異點 Q_1，Q_2，Q_3，Q_4 描繪在畫紙上，

其中 $\overline{Q_1Q_2}=\overline{Q_2Q_3}=\overline{Q_3Q_4}$。若將畫紙上所畫的直線視為一數線，並將線上的點用坐標來表示，

則在下列選項的四個坐標中，試問哪一組最可能是該四點在畫紙上的坐標？

(1) 1, 2, 4, 8　(2) 3, 4, 6, 9　(3) 1, 5, 8, 9　(4) 1, 2, 4, 9　(5) 1, 7, 9, 10

解：如圖，設空間中直線上 $\overline{Q_1Q_2}=\overline{Q_2Q_3}=\overline{Q_3Q_4}=x$，根據定義空間的 K 值 $=\dfrac{3x\cdot x}{2x\cdot 2x}=\dfrac{3}{4}$



計算選項之畫紙的 K 值

(1) $K=\dfrac{7\times 2}{3\times 6}=\dfrac{7}{9}\neq\dfrac{3}{4}$　(2) $K=\dfrac{6\times 2}{3\times 5}=\dfrac{4}{5}\neq\dfrac{3}{4}$　(3) $K=\dfrac{8\times 3}{7\times 4}=\dfrac{6}{7}\neq\dfrac{3}{4}$

(4) $K=\dfrac{8\times 2}{3\times 7}=\dfrac{16}{21}\neq\dfrac{3}{4}$　(5) $K=\dfrac{9\times 2}{8\times 3}=\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{4}$

答：(5)

二、多選題(占 25 分)

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8.有一射擊遊戲，將發射台設置於坐標平面的原點，並放置三個半徑為 1 的圓盤靶子，其圓心分別為(2，2)、(4，6)與(8，1)。玩家選定一正數 a，並按下按鈕後，發射台將向點(1，a)方向發射一道雷射光束(形成一射線)。假設雷射光束擊中靶子後可以穿透並繼續沿原方向前進(削過圓盤邊緣也視為擊中)。試選出正確的選項。

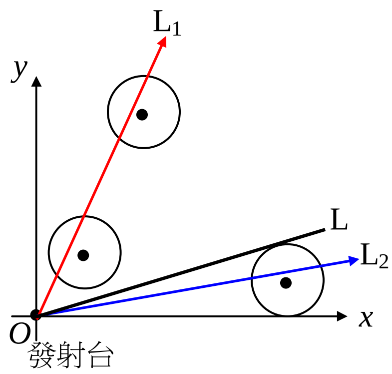
(1)雷射光束落在通過原點且斜率為 a 的直線上

(2)若 $a=\frac{3}{2}$，則雷射光束會擊中圓心為(4，6)的圓盤靶子

(3)玩家可以僅發射一道雷射光束就擊中三個圓盤靶子

(4)玩家至少需要發射三道雷射光束才可擊中三個圓盤靶子

(5)玩家發射一道雷射光束後，若擊中圓心為(8，1)的圓盤靶子，則 $a\le\frac{16}{63}$



解：(1)由原點(0，0)通過點(1，a)的雷射光束的直線斜率＝$\frac{a-1}{1-0}=a$

(2)原點(0，0)與靶心(4，6)連線的斜率＝$\frac{4-0}{6-0}=\frac{3}{2}=a$，雷射光束會擊中圓心

(3)(4)如右圖，至少需要發射二道雷射光束 L_1 與 L_2 才可擊中三個圓盤靶子

(5)如右圖，設通過原點的直線 L 為圓心(8，1)的切線，斜率為 a

$\Rightarrow$L：$y=ax$，∵擊中圓盤靶子，∴利用 d(L，(8，1))＝$\frac{|8a-1|}{\sqrt{a^2+1}}\le 1$

平方化簡為 $63a^2-16a\le 0$，$\Rightarrow$分解為 $a(63a-16)\le 0$，得 $0<a\le\frac{16}{63}$

答：(1)(2)(5)

9.設 $f(x)=2x^3-3x+1$，下列關於函數 $y=f(x)$的圖形之描述，試選出正確的選項。

(1) $y=f(x)$的圖形通過點(1，0)

(2) $y=f(x)$的圖形與 x 軸只有一個交點

(3)點(1，0)是 $y=f(x)$的圖形之對稱中心

(4) $y=f(x)$的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y=3x-3$

(5) $y=3x^3-6x^2+2x$ 的圖形可由 $y=f(x)$的圖形經適當平移得到

解：(1)將(1，0)代入 $f(1)=2-3+1=0$ 正確

(2)由(1)得知可分解 $f(x)=(x-1)(2x^2+2x-1)=0$ 有三根，即圖形與 x 軸有三個交點

(3) $f(x)=2x^3-3x+1$ 為三次式標準式，即 $f(x)=2(x-0)^3-3(x-0)+1$，得知對稱中心為點(0，1)

(4) $f(x)=2(x-0)^3-3(x-0)+1$，故在 $x=0$ 附近會近似於一直線 $y=-3x+1$

(5)因為 x^3 係數不同($2x^3$ 與 $3x^3$)，必須經過適當伸縮平移得到

答：(1)

10.甲、乙兩班各有 40 位同學參加某次數學考試(總分為 100 分)，考試後甲、乙兩班分別以 $y_1=0.8x_1+20$ 和 $y_2=0.75x_2+25$ 的方式來調整分數，其中 x_1，x_2 分別代表甲、乙兩班的原始考試分數，y_1，y_2 分別代表甲、乙兩班調整後的分數。已知調整後兩班的平均分數均為 60 分，調整後的標準差分別為 16 分和 15 分。試選出正確的選項。

(1)甲班每位同學調整後的分數均不低於其原始分數

(2)甲班原始分數的平均分數比乙班原始分數的平均分數高

(3)甲班原始分數的標準差比乙班原始分數的標準差高

(4)若甲班 A 同學調整後的分數比乙班 B 同學調整後的分數高，則 A 同學的原始分數比 B 同學的原始分數高

(5)若甲班調整後不及格(小於 60 分)的人數比乙班調整後不及格的人數多，則甲班原始分數不及格的人數必定比乙班原始分數不及格的人數多

解：(1)甲班：若 $x_1>0.8x_1+20$，$\therefore 0.2x_1>20$，$\Rightarrow x_1>100$，(表示原始超過總分 100 分者，調整後變低)

乙班：若 $x_2>0.75x_2+25$，$\therefore 0.25x_2>25$，$\Rightarrow x_2>100$，(表示原始超過總分 100 分者，調整後變低)

(2)甲班：調整後平均 $60=0.8\mu_1+20$，$\therefore$原始平均 $\mu_1=50$ 分

乙班：調整後平均 $60=0.75\mu_2+25$，$\therefore$原始平均 $\mu_2=\dfrac{140}{3}=46.6\cdots$分$<50$ 分，$\Rightarrow$正確

(3)甲班：調整後標準差 $16=|0.8|\sigma_1$，$\therefore$原始標準差 $\sigma_1=20$ 分

乙班：調整後標準差 $15=|0.75|\sigma_2$，$\therefore$原始標準差 $\sigma_2=20$ 分，$\Rightarrow$原始標準差相等

(4)$\because 0.8\text{A}+20>0.75\text{B}+25$，$\Rightarrow \text{A}>\dfrac{15}{16}\text{B}+\dfrac{25}{4}$ 是否大於 B？

檢查 $\dfrac{15}{16}\text{B}+\dfrac{25}{4}-\text{B}=\dfrac{1}{16}\text{B}+\dfrac{25}{4}>0$，得知 A＞B (即甲班 A 同學的原始分數比 B 同學的原始分數高)

(5)甲班：$0.8x_1+20<60$，$\therefore x_1<50$，表示低於 50 分者，調整後是不及格的，但是無法得知不及格人數

乙班：$0.75x_2+25<60$，$\therefore x_2<\dfrac{140}{3}$，表示低於 $\dfrac{140}{3}$ 分者，調整後是不及格的，但是無法得知不及格人數

$\Rightarrow$無法比較兩班的原始分數不及格人數

答：(1)(2)(4)

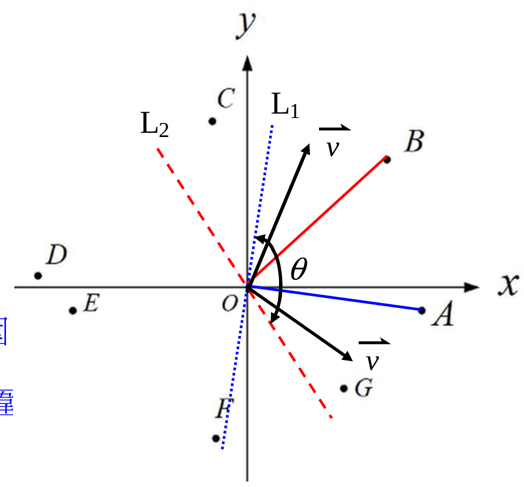
11.考慮坐標平面上的點 O(0，0)、A、B、C、D、E、F、G，如下圖所示：

其中 B 點、C 與 D 點、E 與 F 點、G 與 A 點依序在一、二、三、四象限內。

若 $\overrightarrow{v}$ 為坐標平面上的向量，且滿足 $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{OA}>0$ 及 $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{OB}>0$，

則 $\overrightarrow{v}$ 與下列哪些向量的內積一定小於 0？

(1) $\overrightarrow{OC}$　(2) $\overrightarrow{OD}$　(3) $\overrightarrow{OE}$　(4) $\overrightarrow{OF}$　(5) $\overrightarrow{OG}$



解：如圖，$\overrightarrow{v}$ 滿足 $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{OA}>0$，$\Rightarrow \overrightarrow{v}$ 與 $\overrightarrow{OA}$ 夾角小於 90°，$\overrightarrow{v}$ 為直線 L_1 的範圍

$\overrightarrow{v}$ 滿足 $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{OB}>0$，$\Rightarrow \overrightarrow{v}$ 與 $\overrightarrow{OB}$ 夾角小於 90°，$\overrightarrow{v}$ 為直線 L_2 的範圍

$\Rightarrow \overrightarrow{v}$ 所在範圍為 θ 的大小範圍

$\Rightarrow$則在 θ 的範圍中，只有 $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{OD}<0$，$\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{OE}<0$，其餘內積不一定小於 0

答：(2)(3)

12.設 a，b，c 都是非零的實數，且二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的兩根都落在 1 和 3 之間。
試選出兩根必定都落在 4 和 5 之間的方程式。

(1) $a(x-2)^2+b(x-2)+c=0$　(2) $a(x+2)^2+b(x+2)+c=0$　(3) $a(2x-7)^2+b(2x-7)+c=0$

(4) $a(\frac{x+7}{2})^2+b(\frac{x+7}{2})+c=0$　(5) $a(3x-11)^2+b(3x-11)+c=0$

解：設 $ax^2+bx+c=0$ 的兩根為 α，β，$\Rightarrow 1<\alpha$，$\beta<3$，令 1＜根＜3

(1)原始圖形向右平移 2 單位，1＋2＜根右移 2 單位＜3＋2，⇒3＜根＜5　(不合，不在 4 和 5 之間)

(2)原始圖形向左平移 2 單位，1－2＜根左移 2 單位＜3－2，⇒－1＜根＜1　(不合，不在 4 和 5 之間)

(3)由 1＜根＜3，$1<2x-7<3$，$\Rightarrow 3<x<5$ (在 4 和 5 之間)

(4)由 1＜根＜3，$1<\frac{x+7}{2}<3$，$\Rightarrow -5<x<-1$(不合，不在 4 和 5 之間)

(5)由 1＜根＜3，$1<3x-11<3$，$\Rightarrow 4<x<\frac{14}{3}$　(在 4 和 5 之間)

答：(3)(5)

三、選填題(占 25 分)

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13.若 x，y 為兩正實數，且滿足 $x^{\frac{-1}{3}}y^2=1$ 及 $2\log y=1$，則 $\frac{x-y^2}{10}=$ ＿(13-1)(13-2)＿

解：由 $2\log y=1$，$\Rightarrow \log y^2=1$，$\therefore y^2=10$ 代回 $x^{\frac{-1}{3}}y^2=1$

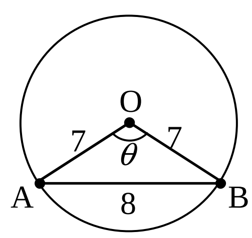
$\Rightarrow$得 $x^{\frac{-1}{3}}=\frac{1}{10}$，$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{x}}=\frac{1}{10}$，$\Rightarrow \sqrt[3]{x}=10$，$\Rightarrow x=10^3=1000$

$\therefore$所求 $\frac{x-y^2}{10}=\frac{1000-10}{10}=99$

答：99

14.坐標平面上有一個半徑為 7 的圓，其圓心為 O 點。已知圓上有 A，B 兩點，且 $\overline{AB}=8$，
則內積 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$ ＿(14-1)(14-2)＿

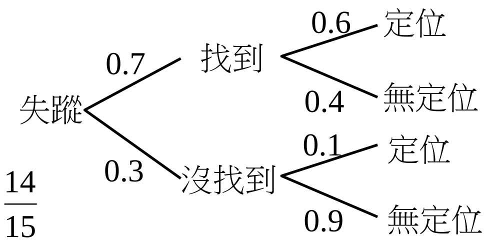
解：作示意圖如右



由內積定義 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\cos\theta=7\times7\times\frac{7^2+7^2-8^2}{2\cdot7\cdot7}=17$

答：17

15.根據某國對失蹤輕航機的調查得知：失蹤輕航機中有 70%後來會被找到，在被找到的輕航機當中，有 60%裝設緊急定位傳送器；而沒被找到的失蹤輕航機當中，則有 90%未裝設緊急定位傳送器。緊急定位傳送器會在飛機失事墜毀時發送訊號，讓搜救人員可以定位。現有一架輕航機失蹤，若已知該機有裝設緊急定位傳送器，則它會被找到的機率為 $\dfrac{\text{(15-1)(15-2)}}{\text{(15-3)(15-4)}}$ (化為最簡分數)



解：根據題意，作樹狀圖如右

所求條件機率 P(找到 | 定位)$=\dfrac{P(\text{找到且有定位})}{P(\text{有定位})}=\dfrac{0.7\times0.6}{0.7\times0.6+0.3\times0.1}=\dfrac{0.42}{0.45}=\dfrac{14}{15}$

答：$\dfrac{14}{15}$

16.袋中有藍、綠、黃三種顏色的球共 10 顆。今從袋中隨機抽取兩顆球(每顆球被抽中的機率相等)，若抽出的兩顆球皆為藍色的機率為 $\dfrac{1}{15}$，皆為綠色的機率為 $\dfrac{2}{9}$，則從袋中隨機抽出兩球，此兩球為相異顏色的機率為 $\dfrac{\text{(16-1)(16-2)}}{\text{(16-3)(16-4)}}$ (化為最簡分數)

解：設藍、綠、黃的球各有 a，b，c 顆，樣本空間 S(10 顆抽出兩顆)$=C_2^{10}=45$

①P(2 顆藍色)$=\dfrac{C_2^a}{45}=\dfrac{1}{15}$，$\Rightarrow C_2^a=3$，得 $a=3$，即藍色球有 3 顆

②P(2 顆綠色)$=\dfrac{C_2^b}{45}=\dfrac{2}{9}$，$\Rightarrow C_2^b=10$，得 $b=5$，即綠色球有 5 顆

$\Rightarrow$黃色球 $c=10-3-5=2$ 顆，$\Rightarrow$ P(2 顆黃色)$=\dfrac{C_2^2}{45}=\dfrac{1}{45}$

③所求 P(兩球為相異顏色)$=1-$P(2 顆藍色)$-$P(2 顆綠色)$-$P(2 顆黃色)$=1-\dfrac{1}{15}-\dfrac{2}{9}-\dfrac{1}{45}=\dfrac{31}{45}$

另解：所求 P(兩球為相異顏色)＝P(1 顆藍 1 顆綠)＋P(1 顆藍 1 顆黃)＋P(1 顆綠 1 顆黃)

$$=\frac{C_1^3\times C_1^5}{45}+\frac{C_1^3\times C_1^2}{45}+\frac{C_1^5\times C_1^2}{45}=\frac{15}{45}+\frac{6}{45}+\frac{10}{45}=\frac{31}{45}$$

答：$\dfrac{31}{45}$

17.有三女三男共六位在校時和老師常有互動的同學，畢業後老師邀聚餐，餐後七人站一橫排照相留念。已知同學中有一女一男兩位曾有過不愉快，照相時不想相鄰，而老師站在正中間且三位男生不完全站在老師的同一側， 則可能的排列方式共有 (17-1)(17-2)(17-3) 種

解：根據題意，所求機率 P＝P(○○○師○○○)－P(三男同一側)－P(不愉快一女一男相鄰)

$$=6!-\underbrace{3!}_{\text{3男排列}}\times\underbrace{3!}_{\text{3女排列}}\times\underbrace{2!}_{\text{男女換側}}-\underbrace{4}_{\text{1男1女相鄰}}\times\underbrace{2!}_{\text{1男1女互換}}\times\underbrace{4!}_{\text{剩下2男2女排列}}=720-72-192=456$$

答：456

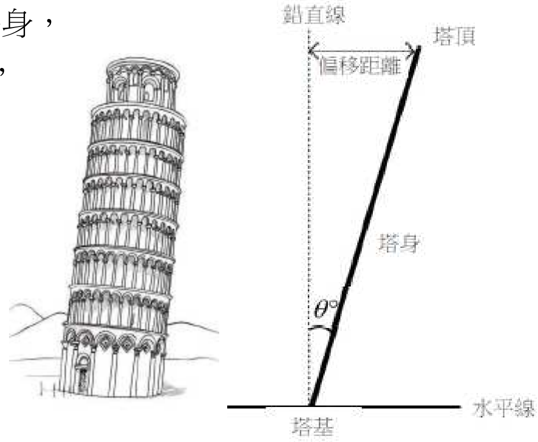
第貳部分、混合題或非選擇題(占 15 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標餘題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

瘦長的塔因為年代久遠，塔身容易傾斜。在下方右圖中，以粗黑線條代表塔身，而塔身的長度稱為**塔高**，塔身與鉛直虛線的夾角θ°稱為該塔的**傾斜度**($0\le\theta\le 90$)，又塔頂至鉛直虛線的距離稱為該塔的**偏移距離**

根據上述資料，試回答下列問題



18.已知世界上傾斜度最高的摩天大樓坐落於阿布達比，其傾斜度達到 18°，此傾斜度換算成弳(或弧度)為下列哪一選項？

(1) $\frac{\pi}{36}$　(2) $\frac{\pi}{18}$　(3) $\frac{\pi}{20}$　(4) $\frac{\pi}{10}$　(5) $\frac{\pi}{8}$　(單選題，3 分)

解：$18°\times\frac{\pi}{180^0}=\frac{\pi}{10}$

答：(4)

19.中國虎丘塔、護珠塔與義大利的比薩斜塔是三座著名斜塔，它們的**塔高**分別為 48、19 與 57(公尺)，偏移距離分別為 2.3、2.3 與 4(公尺)，塔的**傾斜度**分別記為θ_1°、θ_2°與θ_3°。試比較θ_1°、θ_2°與θ_3°三數的大小關係。(非選擇題，4 分)

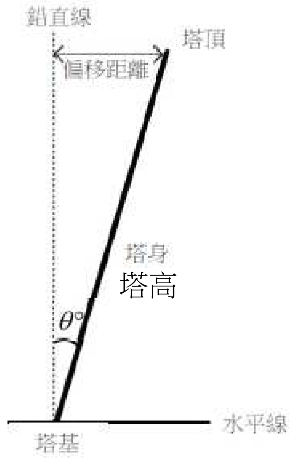
解：如右圖，利用$\frac{偏移距離}{塔高}=\sin(傾斜度)$計算

$\sin\theta_1°=\frac{2.3}{48}\approx 0.048$　$\sin\theta_2°=\frac{2.3}{19}\approx 0.121$　$\sin\theta_3°=\frac{4}{57}\approx 0.070$

$\because \sin\theta_2°>\sin\theta_3°>\sin\theta_1°$，且正弦函數 $\sin\theta$ ($0\le\theta\le 90$)為遞增函數

$\Rightarrow \theta_2°>\theta_3°>\theta_1°$

答：$\theta_2°>\theta_3°>\theta_1°$



20.假設有塔高相等的兩座鐵塔，它們的**傾斜度**α°，β°分別滿足 $\sin\alpha°=\frac{1}{5}$與 $\sin\beta°=\frac{7}{25}$。已知兩座鐵塔的**偏移距離**相差 20 公尺，試求它們的塔頂到地面之距離相差多少公尺。(非選擇題，6 分)

解：(1) $\sin\alpha°=\frac{1}{5}<\sin\beta°=\frac{7}{25}$，$\therefore \beta$°的**偏移距離**較大，故設$\alpha$°偏移 x 公尺，β°偏移 $x+20$ 公尺，如圖

(2)令塔高為 a 公尺，$\sin\alpha°=\frac{1}{5}$，$\therefore \cos\alpha°=\frac{2\sqrt{6}}{5}$，$\sin\beta°=\frac{7}{25}$，$\therefore \cos\beta°=\frac{24}{25}$

(3)在傾斜度α°中，$\sin\alpha°=\frac{1}{5}=\frac{x}{a}$，$\Rightarrow a=5x$

在傾斜度β°中，$\sin\beta°=\frac{7}{25}=\frac{x+20}{a}$，$\Rightarrow a=\frac{25(x+20)}{7}$

$\Rightarrow a=5x=\frac{25(x+20)}{7}$，得 $x=50$，$a=250$

(4)在傾斜度α°中，$\cos\alpha°=\frac{2\sqrt{6}}{5}=\frac{h}{a}=\frac{h}{250}$，$\Rightarrow h=100\sqrt{6}$

在傾斜度β°中，$\cos\beta°=\frac{24}{25}=\frac{k}{a}=\frac{k}{250}$，$\Rightarrow k=240$

$\Rightarrow$塔頂到地面之距離相差 $h-k=100\sqrt{6}-240$ (公尺)