

## 104 年大學入學指定科目考試 數學乙 試題

第壹部分：選擇題(單選題、多選題及選填題共占 76 分)

## 一、單選題(占 12 分)

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 將正方形 ABCD 的每一條邊各自標上 1、2、3 中的某一個數，使得任兩條相鄰的邊，都標有恰好差 1 的兩個數。滿足這種條件的標示法總共有多少種？

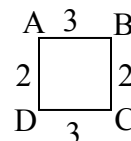
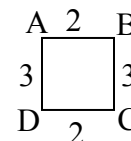
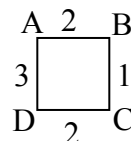
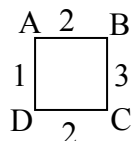
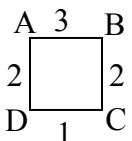
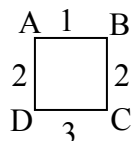
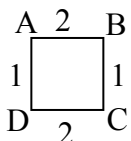
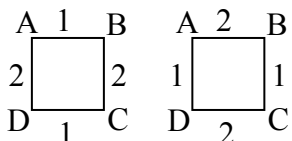
- (1) 2      (2) 4      (3) 6      (4) 8      (5) 10

解：1. 取  $\overline{AB} = 1$ ,  $\overline{BC} = \overline{AD} = 2$ ,  $\therefore \overline{CD} = 1$  (a 圖), 再旋轉, 得 2 種

取  $\overline{AB} = 1$ ,  $\overline{BC} = \overline{AD} = 2$ ,  $\therefore \overline{CD} = 3$  (b 圖), 再旋轉, 得 4 種

2. 取  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{BC} = \overline{AD} = 3$ ,  $\therefore \overline{CD} = 2$  (c 圖), 再旋轉, 得 2 種

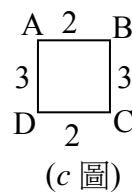
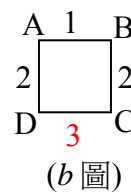
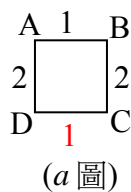
旋轉情形：



$\Rightarrow$  共有  $2+4+2=8$  種

答：(4)

出處：第二冊(計數原理、排列)



2. 坐標平面上， $x$  坐標與  $y$  坐標皆為整數的點稱為「格子點」。設  $n$  為正整數，已知在第一象限且滿足  $x+2y \leq 2n$  的格子點

$(x, y)$  的數目為  $a_n$ 。則  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$  的值為下列哪一個選項？

- (1) 0      (2) 1      (3)  $\frac{4}{3}$       (4) 2      (5) 4

解：如右圖

當  $n=1$  時， $L_1: x+2y \leq 2$ ,  $a_1=0$

當  $n=2$  時， $L_2: x+2y \leq 4$ ,  $a_2=2=a_1+2 \times 1$

當  $n=3$  時， $L_3: x+2y \leq 6$ ,  $a_3=6=a_2+2 \times 2$

當  $n=4$  時， $L_4: x+2y \leq 8$ ,  $a_4=12=a_3+2 \times 3$

.....

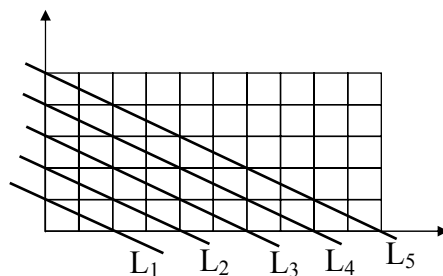
當  $n=k$  時， $L_k: x+2y \leq 2k$ ,  $a_k = a_{k-1} + 2 \times (k-1)$

$\Rightarrow$  相加，得  $a_k = 2[1+2+3+\dots+(k-1)] = k(k-1)$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-1)}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n}{n^2} = 1$$

答：(2)

出處：第二冊(數列與級數、遞迴定義式)、數乙下(極限)



## 二、多選題(占 40 分)

說明：第 3 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 針對某 50 人的班級調查喝飲料的習慣，發現其中習慣半糖(糖分減半)的有 37 人，而習慣去冰(不加冰塊)的有 28 人。現在若隨機抽問該班一位同學，他喝飲料的習慣是半糖且去冰的機率有可能是下列哪些選項？

- (1) 0.28      (2) 1.46      (3) 0.56      (4) 0.66      (5) 0.74

解：∵ $37+28>50$ ，∴半糖且去冰的人至少有 $37+28-50=15$ 人，即

最小值	半糖	全糖	合計
去冰	15	13	28
加冰	22	0	22
合計	37	13	50 人

又半糖且去冰的人至多(取半糖 37 人，去冰 28 人的最小值) 28 人，即

最大值	半糖	全糖	合計
去冰	28	0	28
加冰	9	13	22
合計	37	13	50 人

$$\Rightarrow 15 \leq \text{半糖且去冰的人} \leq 28, \Rightarrow \frac{15}{50} \leq \text{機率 } P(\text{半糖且去冰的人}) \leq \frac{28}{50}, \Rightarrow 0.3 \leq P(\text{半糖且去冰的人}) \leq 0.56$$

答：(2)(3)

出處：第二冊(機率)

4. 半導體產業的摩爾定律認為「積體電路板可容納的電晶體數目每兩年增加一倍」。用  $f(t)$  表是從  $t=0$  開始，電晶體數目隨時間  $t$  的函數，並假設  $f(0)=1000$ 。下面選項中，請選出可以代表摩爾定律的公式。

(1) 若  $t$  以年為單位，則  $f(t) = 1000 + \frac{1000}{2}t$

(2) 若  $t$  以月為單位，則  $f(t) = 1000 + \frac{1000}{24}t$

(3) 若  $t$  以年為單位，則  $f(t) = 1000 \cdot (\sqrt{2})^t$

(4) 若  $t$  以年為單位，則  $\log f(t) = 3 + \frac{\log(\frac{3t}{2} + 1)}{2}$

(5) 若  $t$  以月為單位，則  $\log f(t) = 3 + \frac{\log 2}{24}t$

解：1. 若  $t$  以年為單位時，∵每兩年增加一倍，即平均一年增加  $\frac{1}{2}$  倍， $\Rightarrow t$  年增加  $\frac{t}{2}$  倍

$$\Rightarrow f(t) = 1000 \times 2^{\frac{t}{2}} = 1000 \cdot (\sqrt{2})^t$$

$$\Rightarrow \text{取 } \log \text{ 時, } \log f(t) = \log(1000 \cdot (\sqrt{2})^t) = \log 1000 + \log \cdot (\sqrt{2})^t = 3 + \frac{t}{2} \log 2$$

2. 若  $t$  以月為單位，∵每兩年增加一倍，即 24 個月增加一倍， $\Rightarrow$  平均一個月增加  $\frac{t}{24}$  倍

$$\Rightarrow f(t) = 1000 \times 2^{\frac{t}{24}}$$

$$\Rightarrow \text{取 } \log \text{ 時, } \log f(t) = \log(1000 \times 2^{\frac{t}{24}}) = \log 1000 + \log 2^{\frac{t}{24}} = 3 + \frac{t}{24} \log 2$$

答：(3)(5)

出處：第一冊(指數與對數)

5. 下表是兩年前三種零食分別在兩間超市的單價：(單位：元/包)

	超市甲	超市乙
蘇打餅	30	28
薯片	55	50
魷魚絲	70	66

上表以單價矩陣  $\begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$  表示。如果這兩間超市都以每年 3% 的比例調漲物品的價格，請問下列哪些選項的計算結果可

以代表現在這些零食在這兩間超市的單價矩陣？

$$(1) 2 \cdot (1.03) \cdot \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$$

$$(2) (1.03)^2 \cdot \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 2 \cdot (1.03) & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot (1.03) & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot (1.03) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 1.03 & 0 & 0 \\ 0 & 1.03 & 0 \\ 0 & 0 & 1.03 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.03 & 0 \\ 0 & 1.03 \end{bmatrix}$$

$$(5) \begin{bmatrix} (1.03)^2 & (1.03)^2 & (1.03)^2 \\ (1.03)^2 & (1.03)^2 & (1.03)^2 \\ (1.03)^2 & (1.03)^2 & (1.03)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$$

解：(I)：∵每年 3% 的比例調漲物品的價格， $\Rightarrow$ 2 年後(現在)價格 =  $(1.03)^2 \times$ (2 年前的價格)

$$\Rightarrow \text{現在各零食之價格} = \begin{bmatrix} (1.03)^2 \times 30 & (1.03)^2 \times 28 \\ (1.03)^2 \times 55 & (1.03)^2 \times 50 \\ (1.03)^2 \times 70 & (1.03)^2 \times 66 \end{bmatrix}$$

$$= \text{選項(2)} (1.03)^2 \cdot \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1.03)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (1.03)^2 & 0 \\ 0 & 0 & (1.03)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$$

$$\text{(II) 選項(4)} \begin{bmatrix} 1.03 & 0 & 0 \\ 0 & 1.03 & 0 \\ 0 & 0 & 1.03 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.03 & 0 \\ 0 & 1.03 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1.03) \times 30 & (1.03) \times 28 \\ (1.03) \times 55 & (1.03) \times 50 \\ (1.03) \times 70 & (1.03) \times 66 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.03 & 0 \\ 0 & 1.03 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1.03)^2 \times 30 & (1.03)^2 \times 28 \\ (1.03)^2 \times 55 & (1.03)^2 \times 50 \\ (1.03)^2 \times 70 & (1.03)^2 \times 66 \end{bmatrix}$$

答：(2)(4)

出處：第二冊(數據分析 = 平均成長率)、第四冊(矩陣)

6. 設  $f(x)$  為一實係數多項式，且  $f(x)$  除以  $(x-1)(x-2)^2$  的餘式為  $(x-2)^2 + g(x)$ ，其中  $g(x)$  為一次多項式。請選出正確的選項。

(1) 若知道  $f(1)$  及  $f(2)$ ，則可求出  $g(x)$

(2)  $f(x)$  除以  $(x-2)$  的餘式是  $g(2)$

(3)  $f(x)$  除以  $(x-1)$  的餘式是  $g(1)$

(4)  $f(x)$  除以  $(x-2)^2$  的餘式是  $g(x)$

(5)  $f(x)$  除以  $(x-1)(x-2)$  的餘式為  $x-2+g(x)$

解：根據題意，列式得  $f(x) = (x-1)(x-2)^2 Q(x) + [(x-2)^2 + g(x)]$ ，其中設  $Q(x)$  為商式

$$(1) \because g(x) \text{ 為一次多項式，} \Rightarrow \text{設 } g(x) = ax + b, \text{ 得 } f(x) = (x-1)(x-2)^2 Q(x) + [(x-2)^2 + (ax + b)]$$

由  $f(1) = 1 + a + b =$  知道，與  $f(2) = 2a + b =$  知道，可解得  $a, b$  之值， $\Rightarrow$  可求出  $g(x) = ax + b \cdots \cdots$  正確

$$(2) \because f(x) \text{ 除以 } (x-2) \text{ 的餘式} = f(2) = (2-1)(2-2)^2 Q(2) + [(2-2)^2 + g(2)] = g(2) \cdots \cdots \text{正確}$$

$$(3) f(x) \text{ 除以 } (x-1) \text{ 的餘式} = f(1) = (1-1)(1-2)^2 Q(1) + [(1-2)^2 + g(1)] = 1 + g(1) \cdots \cdots \text{不正確}$$

$$(4) \because f(x) = (x-1)(x-2)^2 Q(x) + [(x-2)^2 + g(x)] = (x-2)^2 [(x-1)Q(x) + 1] + g(x)$$

即  $f(x)$  除以  $(x-2)^2$ ，得商式 =  $(x-1)Q(x) + 1$ ，餘式為  $g(x) \cdots \cdots$  正確

$$(5) \because f(x) = (x-1)(x-2)^2 Q(x) + [(x-2)^2 + g(x)] = (x-1)(x-2)^2 Q(x) + [(x^2 - 4x + 4) + g(x)]$$

$$= (x-1)(x-2)[(x-2)Q(x)] + [(x-1)(x-2) \times 1 + (-x+2) + g(x)]$$

$$= (x-1)(x-2)[(x-2)Q(x) + 1] + [(-x+2) + g(x)]$$

即  $f(x)$  除以  $(x-1)(x-2)$ ，得商式 =  $(x-2)Q(x) + 1$ ，餘式為  $(-x+2) + g(x) \cdots \cdots$  不正確

答：(1)(2)(4)

出處：第一冊(多項式)

7. 下表是某國在 2009 年至 2015 年間，運動選手的人數統計：

年份	男生	女生
2009	3410	1950
2010	3420	2000
2011	3540	2240
2012	3710	2370
2013	3830	2650
2014	3920	2780
2015	3990	2860

關於該國運動選手，請根據這張表選出正確的敘述。

- (1) 從 2009 年到 2015 年，男運動選手增加的總人數比女運動選手增加的總人數多
- (2) 從 2009 年到 2015 年，平均一年增加了 580 名男運動選手
- (3) 從 2009 年到 2015 年，男女運動選手人數差逐年持續縮小
- (4) 如果分別計算男女運動選手人數對年份的迴歸直線(最適直線)，則男生的直線斜率小於女生的直線斜率
- (5) 在 2009 年到 2015 年共 7 年中，全國平均一年有超過 6000 名運動選手

解：統計表計算如下：

年份	男生	男增加	女生	女增加	男女相差	男女總數
2009	3410		1950		1460	5360
2010	3420	10	2000	50	1420	5420
2011	3540	120	2240	240	1300	5780
2012	3710	170	2370	130	1340	6080
2013	3830	120	2650	280	1180	6480
2014	3920	90	2780	130	1140	6700
2015	3990	70	2860	80	1130	6850
		共 580		共 910		共 42670

- (1) 男運動選手增加 580 人，小於女運動選手增加的 910 人
- (2) 男運動選手總共增加了 580 名
- (3) 男女運動選手人數差除了 2012 年比 2011 年增加外，其餘逐年持續縮小
- (4) 男女運動選手 7 年分別增加 580 人與 910 人，得知男生的變化量小於女生  
 $\Rightarrow$  男生迴歸直線(最適直線)的斜率小於女生的斜率
- (5) 男女運動選手 7 年總共有 42670 人，平均一年約有  $\frac{42670}{7} \approx 6096$  人，故超過 6000 名運動選手

答：(4)(5)

出處：第二冊(二維數據分析)

### 三、選填題(占 24 分)

說明：1. 第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(8-17)

2. 每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分

- A. 若  $a$  為整數，且  $y = -7x^2 + ax + \frac{1}{3}$  的圖形與  $x$  軸的兩個交點都介於  $x = -1$  與  $x = 1$  之間，則滿足這樣條件的  $a$  有 ⑧⑨ 個。

解：根據題意， $y = -7x^2 + ax + \frac{1}{3}$  的圖形為開口向下，且必過點  $(0, \frac{1}{3})$  的拋物線

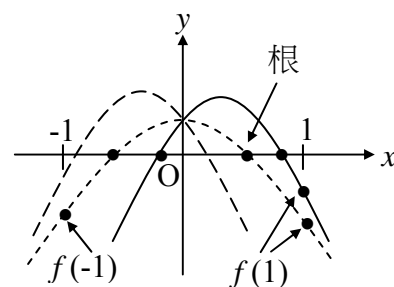
又與  $x$  軸的兩個交點都介於  $x = -1$  與  $x = 1$  之間，可能圖形如右圖

$\Rightarrow$  兩根必介於  $x = -1$  與  $x = 1$  之間，且  $y = f(-1) < 0$ ， $y = f(1) < 0$

$$\text{當 } f(-1) = -7 - a + \frac{1}{3} = -\frac{20}{3} - a < 0, \text{ 得 } a > -\frac{20}{3}$$

$$\text{當 } f(1) = -7 + a + \frac{1}{3} = -\frac{20}{3} + a < 0, \text{ 得 } a < \frac{20}{3}$$

$$\Rightarrow -\frac{20}{3} < a < \frac{20}{3}, \therefore \text{整數 } a \text{ 為 } -6, -5, \dots, -1, 0, 1, \dots, 5, 6 \text{ 共有 } 13 \text{ 個}$$



答：13

出處：第一冊(多項式、勘根性質)

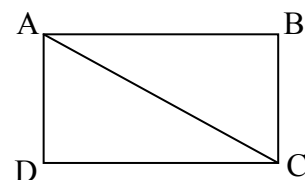
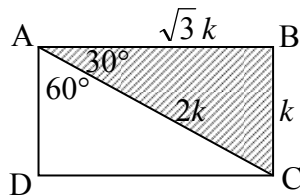
B. 如圖，長方形 ABCD 中  $\angle CAB=30^\circ$ ， $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = |\overrightarrow{AC}|$ ，則  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \underline{\textcircled{10}\textcircled{11}}$ 。

解：1. 在  $\triangle ABC$  中，如右圖

$$\because \angle CAB=30^\circ, \text{ 設 } \overline{BC} = \overline{AD} = k > 0, \overline{AC} = 2k, \overline{AB} = \sqrt{3}k$$

$$2. \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = |\overrightarrow{AC}|, \Rightarrow (2k) \cdot (k) \cos 60^\circ = 2k, \therefore k=2$$

$$3. \text{ 在 } \triangle ABC \text{ 中, } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = (2k) \cdot (\sqrt{3}k) \cos 30^\circ = 4 \times 2 \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12$$



另解： $\because \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{AD}| \cos 60^\circ = |\overrightarrow{AC}|, \therefore |\overrightarrow{AD}| = 2, \overline{AD} = 2$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } \angle CAB=30^\circ, \overline{BC} = \overline{AD} = 2, \therefore \overline{AB} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{AB}| \cos 30^\circ = |\overrightarrow{AB}| (|\overrightarrow{AC}| \cos 30^\circ) = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AD}| = (2\sqrt{3})^2 = 12$$

答：12

出處：第三冊(平面向量、內積)

C. 某校數學老師針對高三學生隨機選出 30 名男學生及 20 名女學生，做新教材適應性的調查，每一位學生都要填答，且只能填答適應或不適應。結果有 35 名學生填答無法適應新教材內容。假設學生性別與適應狀況獨立，請完成下列表格，使其最能符合上述假設。

適應狀況 \ 性別	適應	不適應 (35 人)
男生(30 人)	<u>12</u> 人	<u>13</u> <u>14</u> 人
女生(20 人)	<u>15</u> 人	<u>16</u> <u>17</u> 人

解：根據題意，高三學生有  $30+20=50$  人，不適應有 35 人， $\Rightarrow$  適應有  $50-35=15$  人

設男學生中，有  $x$  人適應，則不適應有  $(30-x)$  人

女學生中，有  $(15-x)$  人適應，不適應有  $20-(15-x)=(x+5)$  人，如下表

適應狀況 \ 性別	適應 (15 人)	不適應 (35 人)
男生(30 人)	$x$ 人	$(30-x)$ 人
女生(20 人)	$(15-x)$ 人	$(x+5)$ 人

適應狀況 \ 性別	適應 (15 人)	不適應 (35 人)
男生(30 人)	9 人	21 人
女生(20 人)	6 人	14 人

$$\because \text{學生性別與適應狀況獨立, } \Rightarrow \frac{x}{15-x} = \frac{30-x}{x+5}$$

$$\Rightarrow x(x+5) = (x-15)(x-30), x^2 + 5x = x^2 - 45x + 450, \text{ 得 } x=9, \text{ 如右上表}$$

另解： $\because$  學生性別與適應狀況獨立，且男：女 = 30：20 = 2：3，故假設各人數如下表：

適應狀況 \ 性別	適應 (15 人)	不適應 (35 人)
男生(30 人)	$3a$ 人	$3b$ 人
女生(20 人)	$2a$ 人	$2b$ 人

適應狀況 \ 性別	適應 (15 人)	不適應 (35 人)
男生(30 人)	9 人	21 人
女生(20 人)	6 人	14 人

$$\because 3a+2a=15, \therefore a=3, \text{ 又 } \because 3b+2b=35, \therefore b=7, \text{ 得各人數, 如右上表}$$

答：略

出處：第二冊、選修數乙上(獨立事件)

## 第貳部份：非選擇題(占 24 分)

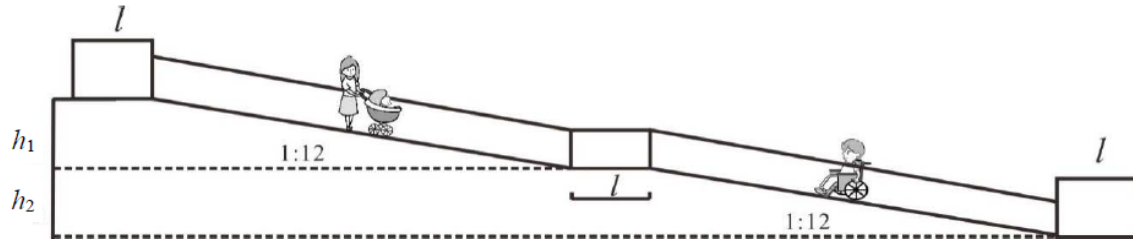
說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號(一、二)與子題號((1)、(2)、……)同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、根據內政部營建署《建築物無障礙設施設計規範》，無障礙通路之設計需符合以下規定。

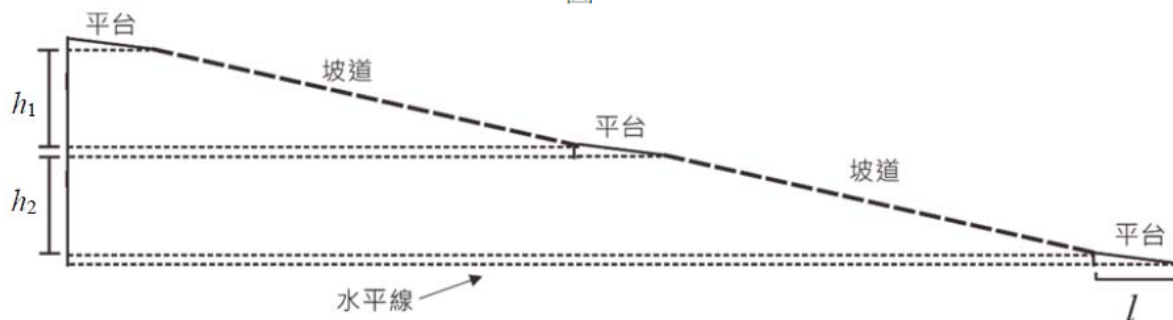
- 坡道之坡度(高度與水平常渡之比值)不得大於  $\frac{1}{12}$ 。
- 坡道之起點及終點，應設置長、寬各 150 公分以上之平台。此處的長，指的是水平長度，而非斜面的長度。
- 坡道的中間應設置適當數量的平台，使得每段坡道的高度差不超過 75 公分，且平台的水平長度至少 150 公分。
- 各平台之坡度不得大於  $\frac{1}{50}$ 。

圖一與圖二為側面示意圖，圖一摘自此規範書，圖二為圖一的簡明版，其中  $l \geq 150$ ， $h_1$ ， $h_2 \leq 75$ ；

坡道之坡度相當於坡道斜率之絕對值。



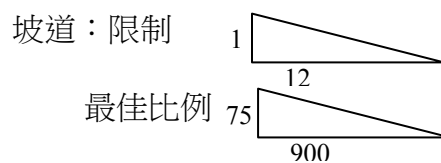
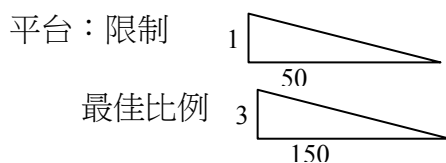
圖一



圖二

依上述規定，一條升高 2 公尺的無障礙坡道，在無轉彎的條件下，其最小可能的水平長度(含平台)為多少公尺？(12 分)

解：1. 根據題意，先計算平台與坡道長、高之最佳值(單位：公分)

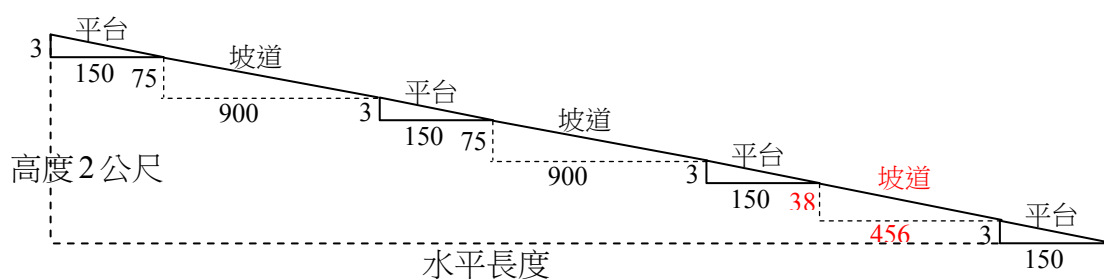


2. 因規定坡道之起點及終點應設置平台，且高度限制 2 公尺(200 公分)之下，故可能設計如下：

- (1) 2 平台，1 坡道，高度 = 3 + 75 + 3 = 81(公分) < 200(公分)
- (2) 3 平台，2 坡道，高度 = 3 + 75 + 3 + 75 + 3 = 159(公分) < 200(公分)
- (3) 4 平台，3 坡道，高度 = 3 + 75 + 3 + 75 + 3 + 75 + 3 = 237(公分) > 200(公分)

∴ 得知設計(3)的一坡道必須為 38 公分，符合 3 + 75 + 3 + 75 + 3 + 38 + 3 = 200(公分)

⇒ 依據坡道比例，高為 38 公分的坡道長 = 38 × 12 = 456 公分，設計如下圖所示



⇒ 水平長度 = 150 × 4 + 900 × 2 + 456 = 2856(公分) = 28.56(公尺)

答：28.56

出處：第一冊(數與式)

二、某航空公司因機械故障而停飛，致使平安旅行社原來預定搭此航空公司班機返台的 25 位旅客，被迫滯留在當地。領隊經詢問後得知，另外三家航空公司飛往台灣近期的機位已滿，都必須等待，當時有三種方案可以將旅客送回台灣如下表(表中的數據試以每人為單位)。例如 A 方案，旅行社必須擔負每人 4500 元的食宿費加上 400 元的轉機價差。

方案	食宿費	轉機價差	返台所需等待時間
A 轉搭甲航空公司的班機	4500 元	400 元	3 天
B 轉搭乙航空公司的班機	5500 元	200 元	4 天
C 轉搭丙航空公司的班機	8000 元	0 元	6 天

註：轉機價差是指「轉搭其他航空公司的班機」所需補的票價差額。

領隊向旅行社報告後，旅行社同意領隊可以使用下列經費來解決此事件：

食宿費總共最多 150000 元，轉搭其他航空公司的班機的轉機價差總共最多 8000 元。

試問在經費允許的條件下，要如何分配採用 A、B、C 這三種方案的人數，才能使全部旅客返回台灣所用的等待總人天數最少？所謂等待總人天數是採用各方案的人數乘以等待的天數之總和，例如：若採用 A、B、C 方案的人數分別為 8、10、7 人，則等待總人天數為  $8 \times 3 + 10 \times 4 + 7 \times 6 = 106$ (人天)。如果領隊規劃  $x$  人轉搭甲航空公司的班機、 $y$  人轉搭乙航空公司的班機、其餘的旅客轉搭丙航空公司的班機，由下列步驟，求出全部旅客返回台灣所用的最少等待總人天數。

- (1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數。(4 分)
- (2) 求可行解區域的所有頂點的坐標。(4 分)
- (3) 求全部旅客返回台灣所用的最少等待總人天數。(4 分)

解：根據解決此事件之方案，列表如下：

方案	食宿費	轉機價差	返台所需等待時間	轉搭人數
A 轉搭甲航空公司的班機	4500 元	400 元	3 天	$x$
B 轉搭乙航空公司的班機	5500 元	200 元	4 天	$y$
C 轉搭丙航空公司的班機	8000 元	0 元	6 天	$25 - x - y$
限制	$\leq 150000$ 元	$\leq 8000$ 元	求最小值	

$$(1) \text{ 聯立不等式 } \begin{cases} x, y \text{ 為正整數或 } 0 \\ 25 - x - y \geq 0 \\ 4500x + 5500y + 8000(25 - x - y) \leq 150000 \\ 400x + 200y + 0(25 - x - y) \leq 8000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0, y \geq 0, x, y \in N \\ x + y \leq 25 \\ 7x + 5y \geq 100 \\ 2x + y \leq 40 \end{cases}$$

$$\text{目標函數 } f(x, y) = 3x + 4y + 6(25 - x - y) = 150 - 3x - 2y \quad (\text{最小值})$$

(2) 可行解區域如右圖：

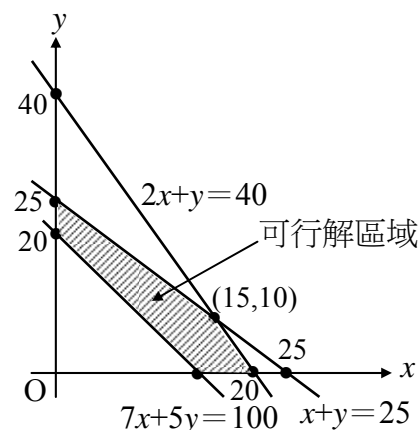
可行解區域的頂點坐標有：

$$(0, 25), (0, 20), \left(\frac{100}{7}, 0\right), (20, 0), (15, 10)$$

(3) 目標函數  $f(x, y)$ ：

頂點	(0, 25)	(0, 20)	(20, 0)	(15, 10)
$f(x, y)$	100	110	90	85

$\Rightarrow$  最少等待總人天數為 85 天



答：(1) 略，

(2)  $(0, 25), (0, 20), \left(\frac{100}{7}, 0\right), (20, 0), (15, 10)$

(3) 85 天

出處：第三冊(直線與圓、線性規劃)