

一、是非題：

1. () (1) $(1+x)^2 = 1+x^2$

() (2) $11^3 - 3 \times 11^2 \times 10 + 3 \times 11 \times 10^2 - 10^3 = 1$

() (3) $\sqrt{(2+3)} - 2\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$

() (4) 若 $(\sqrt{a})^2 = a = \sqrt{a^2}$ ，則 $a \geq 0$

() (5) 當 $x > 0$ 時， $x + \frac{1}{x} \geq 2$

二、基礎題：

2. 請乘開下列各式並化簡：(1) $(a+2b)^3$ (2) $(3x-2)^2(3x+2)^2$

3. 請展開下列各式並化簡：(1) $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$ (2) $(a+b-1)^2$

4. 請因式分解下列各式：(1) $64a^3+b^3$ (2) $81x^4-16$

5. 設實數 a 、 b 滿足 $a+b=6$ ， $ab=8$ ，求下列各式之值：

(1) a^2+b^2 (2) a^3+b^3 (3) a^2-b^2

6. 墨規要用一條長 16 公尺的繩子，在操場上圍出一個面積最大的矩形，請問這個矩形的最大面積為何？當所圍矩形的面積為最大時，其長度與寬度各是多少？

7. 設 $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ ，請完成下列各小題：

(1) 化簡 x ，並回答 x 是介於哪兩個連續整數之間的數

(2) 計算 $x + \frac{1}{x}$ 之值

(3) 利用第(2)小題的結果，分別計算 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 與 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 之值

8. 化簡下列各式：(1) $\sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$ (2) $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$

9. 已知 a 、 b 為矩形的長與寬，且 $a + b = 20$ ，求矩形的面積範圍為何？

三、進階題

10. 設 $0 < x < 1$ ，且 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + 2} + \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} = 8$ ，求 x 之值

11. 設 $y = 5x + \frac{2}{x}$ 。請問：

(1) 當 x 為任意正實數時， y 的最小值為何？

(2) y 有最小值時， x 的值為何？

12. 人們常利用式子 $\sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{ab}} = \sqrt{(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2} = |\sqrt{a} \pm \sqrt{b}|$ 化簡含有雙重根號的數。作法是找一對有理數 a 、 b

($a \geq b \geq 0$)，使得雙重根號數恰等於 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 或 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ 。今有一直角三角形如右圖所示，其中 $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle ADB = 15^\circ$ ， $\overline{AB} = 1$ ，試利用雙重根式化簡的概念，化簡下列邊長比值：

(1) $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$ (2) $\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$

