

**重點：古典機率、客觀機率與主觀機率**

1.古典機率：設一試驗的樣本空間  $S$  之樣本點為有限個，且每個樣本點出現的機會均等，

$$\text{事件 } A \text{ 發生的機率為 } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{A \text{ 的樣本點個數}}{S \text{ 的樣本點個數}}$$

2.客觀機率：將調查或試驗獲得的事件發生頻率當作該事件的機率，稱為「**客觀機率**」，也稱為**頻率機率**

(1)定義：在相同條件下重複多次試驗，若在  $n$  次試驗中事件  $A$  出現了  $k$  次，則以事件發生的頻率  $\frac{k}{n}$ ，稱為事件  $A$  發生的客觀機率

(2)性質：客觀機率是統計多次試驗結果而來的，而且，此數據會隨著試驗次數或調查數據的不同而有所改變，並非是個不變的數值

3.主觀機率：

在缺乏調查或試驗資料的情況下，觀察者對於某些事件會依過去的經驗或心理的感覺來判斷事件發生的機率，這種依賴諸如軼事、個人經驗、直覺、預感之類的一種主觀判斷的結果，稱為「**主觀機率**」

註：(1)客觀機率強調使用統計學，實驗和數學測量的經驗證據，比起主觀機率，客觀機率是決定事件發生機率的更準確方法。氣象局在預測下雨機率時，雖然也說「下雨機率 70 %」，但這卻是有憑有據，經由大量分析統計資料或數學理論後得來的，就是一種**客觀機率**

(2)實際生活中有非常多的應用。例如氣象預報，表現分析，金融投資，商業決策等。使用客觀機率，而非主觀機率，可以避免做出情緒決定，而導致嚴重損失

4.機率性質：

(1)整個樣本空間發生的機率為 1；必然事件發生的機率等於 1；不可能事件發生的機率等於 0

(2)任何事件  $A$  發生的機率  $P(A)$  必須滿足  $0 \leq P(A) \leq 1$

(3)若事件  $A$  與事件  $B$  互斥(即  $A \cap B = \emptyset$ )，則  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(4)事件  $A'$  為事件  $A$  的餘事件，則  $P(A') = 1 - P(A)$

例 1.1：試依下列各敘述所描述之機率，判斷其為古典機率、客觀機率或主觀機率？

(1)投擲一枚公正硬幣一次，正面出現的機率  $\frac{1}{2}$

(2)美國高爾夫球選手老虎伍茲在 2019 年獲得第 82 場美巡賽的冠軍，在此之前他總共參加了 359 場比賽，

$$\text{他比賽的勝率為 } \frac{82}{360} \approx 23\%$$

(3)某生追求一位女孩，經過各種互動的跡象，認為可以追到該女孩的機率為 0.8

(4)某生對此次數學科考試準備充分，信心滿滿，評估此次考試及格的機率為 0.9

(5)我想今天應該 70 % 會下雨

例 1.2：下表為旅日棒球好手王柏融在 2015 年新加入中華職棒整年的打擊表現。

我們定義：擊率 =  $\frac{\text{總安打數}}{\text{總打數}}$  (例如累積 2 場比賽的打擊率為  $\frac{2+1}{4+5} \approx 0.333$ )

已知王柏融選手在累積出賽 18 場比賽後，打擊率來到當年的高峰近 4 成，試問此時的打擊率為何？(四捨五入至小數點後第三位)



場次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
打數	4	5	4	5	3	4	3	5	5	3	4	4	3	4	3
安打數	2	1	2	1	0	1	1	3	2	2	2	2	0	1	1

場次	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
打數	4	3	5	5	4	4	4	3	5	3	6	4	2
安打數	3	1	3	1	1	1	0	0	2	1	1	1	0

例 1.3：右表為投擲一顆骰子若干次，各點數出現的情形：

依據此表之數據，求：

- (1)出現 1 點的機率為何？  
 (2)出現偶數點的機率為何？

點數	1	2	3	4	5	6
次數	1674	1677	1625	1665	1622	1737

例 1.4：臺灣近年來新生兒出生人數如表所示(資料來源：內政部統計處)，試問：

- (1)103 年男嬰的出生人數占該年全部出生人數的比例為何？(四捨五入至小數點後第三位)  
 (2)試以 101 年至 107 年的出生人數推測，臺灣下一年(108 年)出生的新生兒為男嬰的機率為何？

	年度	101 年	102 年	103 年	104 年	105 年	106 年	107 年	108 年
性別									
男出生人數(人)		118848	103120	108817	111041	108133	100477	93876	?
女出生人數(人)		110633	95993	101566	102557	100307	93367	87725	?

例 1.5：一個猜拳機器人設計成只會出剪刀、石頭、布。已知它出剪刀的機率是 0.5，出石頭的機率是 0.2，試問它出布的機率為何？

例 1.6：小菡上學以騎腳踏車的方式通勤，其中騎腳踏車的通勤時間以整數計時為  $T$  分鐘，其中  $10 \leq T \leq 20$ ，且  $T$  分為五個區間，其出現在各區間的機率如表：

通勤時間	[10, 12)	[12, 14)	[14, 16)	[16, 18)	[18, 20]
機率	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

- (1)若小菡某一天騎腳踏車上學，則其通勤時間少於 12 分鐘的機率為何？  
 (2)小菡學校規定 7 點 40 分前到校，若小菡 7 點 24 分從家出發，則小菡遲到的機率為何？