

Ch 3.3 機率

重點 1：認識機率

1. 意義：

在數學上，常用一個數值來表示一個事件發生機會的大小，這個數值就是這事件發生的機率

例如：(1)根據資料研判，氣象預報說本週末降雨機率為 10%

(2)年終尾牙摸彩，每 10 個人有 9 個人中獎，我們會說中獎機率為 90%

(3)根本沒有機會發生的事，則發生機率是 0

(4)確定會發生的事，則發生機率是 100%

2. 實驗：為了探討不確定的事情，它可能發生的情形和這些情形發生的機率，其中操作的過程稱為「實驗」。如投擲硬幣、擲骰子、抽籤及取球等，都可以稱為**實驗**

◎探討投擲一枚硬幣時，出現正、反面的機率

例 1.1：(1)將全班分成 6 組，各自將一枚材質均勻的硬幣朝上丟，等落地靜止後，觀察出現的是正面還是反面，每組重複實驗共 100 次，分別統計各組正、反面出現次數的總和，填入下表：

	第 1 組	第 2 組	第 3 組	第 4 組	第 5 組	第 6 組
正面出現次數(次)	41	38	52	54	62	57
反面出現次數(次)	59	62	48	46	38	43
合計	100	100	100	100	100	100

(2)根據上表將結果填入下表，並計算正面、反面出現次數與投擲總次數的比值，填入下表

	第 1 組	第 1~2 組	第 1~3 組	第 1~4 組	第 1~5 組	第 1~6 組
正面出現次數(次)	41	79	131	185	247	304
反面出現次數(次)	59	121	169	215	253	296
合計	100	200	300	400	500	600
$\frac{\text{正面出現次數}}{\text{投擲總次數}}(\%)$						
$\frac{\text{反面出現次數}}{\text{投擲總次數}}(\%)$						

結論：(1)如果投擲用的硬幣，材質是均勻的，在重複投擲一枚硬幣夠多次後，正、反面朝上的次數與總投擲次數的比值會接近_____

(2)我們說出現正面與反面的機率約是_____

(3)一個實驗所有可能發生的結果共 n 種，若每一種結果發生的機會都相等時，則每一種結果發生的機率是_____

(4)投擲一顆材質均勻(公正)的骰子一次，所有可能的結果共 6 種，而每種結果發生的機會都相等，因此每一種點數出現的機率都是_____

(5)老師在籤筒中放入編號 1~35 的 35 支籤，從此籤筒隨意抽出一支籤，所有可能發生的結果共 35 種，如果每種結果發生的機會都相等，則每一個號碼被抽到的機率都是_____

注意：如果 n 種結果中，每一種結果發生的機會不是都相等時，
 \Rightarrow 我們就不能說每種結果發生的機率都是_____

例如：投擲一枚圖釘時，當停止後，結果如右圖，
 因為針尖輕而針帽重，投擲後這兩種情形發生的機會不相等，
 所以針尖朝上的機率和針尖朝下的機率就不能各視為_____



針尖朝下



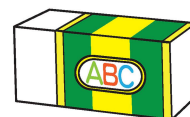
針尖朝上

Ex1.1：(1)袋中有 5 顆材質完全一樣的彩球，顏色分別為紅、黃、綠、藍、紫。若從袋中任取一球，
 則：①此球的顏色，共有_____種可能的情況？

②取出紫色球的機率是_____？

(2)如右圖，有一個長方體的橡皮擦，共有 6 個面，若投擲此橡皮擦，
 則各面朝上的機率是否相等？

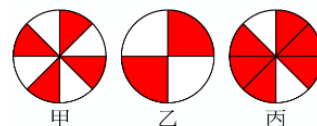
答：_____



Ex：籤筒中有編號 1~10 的十支籤，若從筒中任意抽出一支籤，且每一支籤被抽中的機會都相等，
 則：(1)此籤共有_____種可能的情況？

(2)抽出的數字為 1 的機率是_____

Ex：若對右側三個旋轉的飛鏢靶射飛鏢，且規定射中紅色區域者獲勝，
 則你認為選擇甲、乙、丙哪一個飛鏢靶最有勝算？答：_____



重點 2：事件發生的機率

1.意義：假設進行一個實驗時，所有可能發生的結果共 n 種，而且每一種結果發生的機會都相等，

若某事件包含其中 m 種可能的結果，則此事件發生的機率為 $\frac{m}{n}$

\Rightarrow 事件發生的機率 = $\frac{\text{該事件所含結果的個數}}{\text{實驗中所有可能結果的個數}}$

2.事件發生的描述方法：當投擲一顆均勻骰子時

(1)出現 1 點、3 點或 5 點的情形，就說發生「奇數點的事件」

\Rightarrow 奇數點的事件，就是由 1 點、3 點、5 點三種結果所組成的

(2)點數大於或等於 5 的事件，即由點數 5、6 所組成，

\Rightarrow 投擲時出現 5、6 中的任何一種點數，就說發生「點數大於或等於 5 的事件」

例 2.1：袋中有 6 顆紅球，2 顆白球共 8 顆球，今從袋中任取一顆，每顆球被取出的機會都相等，則取出紅球、白球的機率各是多少？



【觀念】上例中，小珍說：因為有紅球、白球兩種，所以取出紅球、白球的機率各是 $\frac{1}{2}$ 。

請問小珍的說法是否正確？為什麼？

解：

Ex2.1：袋中有大小、形狀、重量皆相等的巧克力 10 顆和糖果 15 顆，每顆巧克力、糖果被取出的機會都相等，韻庭從袋中任取一顆，則取出巧克力、糖果的機率各是多少？

Ex：將一正方體的六個面分別標上 1, 1, 2, 2, 3, 4 六個數字，假設每個面擲出的機率皆相等，則：

(1)擲出數字為 1 的機率 = _____

(2)擲出數字為 3 的機率 = _____

Ex：袋中有 2 顆紅球，4 顆黃球，6 顆白球。已知每顆球被取到的機會都相等，今從袋中任取一顆，則取出紅球、黃球的機率各是多少？

例 2.2：籤筒中有 10 支籤，將它們逐一標上 1~10 的號碼，從籤筒中任意抽出一支籤，每一支籤被抽中的機會都相等，則：



- (1) 抽到編號是 3 的倍數的事件，它的機率是_____？
- (2) 抽到編號是 5 的倍數的事件，它的機率是_____？
- (3) 抽到編號既是 3 的倍數又是 5 的倍數的事件，它的機率是_____？
- (4) 抽到編號小於或等於 4 的事件，它的機率是_____？
- (5) 抽到編號不是 4 的事件，它的機率是_____？
- (6) 抽到編號小於或等於 10 的事件，它的機率是_____？

Ex2.2：籤筒中有 10 支籤，將它們逐一標上 11~20 的號碼，從籤筒中任意抽出一支籤，每一支籤被抽中的機會都相等，則：

- (1) 抽到編號是 2 的倍數的事件的機率是_____？
- (2) 抽到編號是 3 的倍數的事件的機率是_____？
- (3) 抽到編號既是 2 的倍數又是 3 的倍數的事件的機率是_____？

例 2.3：投擲 1 顆均勻骰子，即骰子每一面出現的機會都相等，試問：

- (1) 出現點數為 4 的事件，它的機率是_____？
- (2) 出現的點數大於 4 的事件，它的機率是_____？
- (3) 出現的點數小於 7 的事件，它的機率是_____？
- (4) 出現的點數為質數的事件，它的機率是_____？



Ex2.3：投擲 1 顆均勻骰子，即骰子每一面出現的機會都相等，試求：

(1)出現點數為 2 的倍數的機率是_____？

(2)出現的點數大於 2 的機率是_____？

Ex：將一正十二面體的每個面依序標上數字 1~12，若每一面出現的機會都相等，試求：

(1)出現的數字小於 5 的機率是_____？

(2)出現的數字等於 7 的機率是_____？

(3)出現的數字是完全平方數的機率是_____？

(4)出現的數字是奇數的機率是_____？

例 2.4：一副撲克牌共 52 張(不含鬼牌)，分為黑桃♠、紅心♥、方塊♦及梅花♣ 4 種花色，每種花色各有 13 張，分別標為 A、K、Q、J、10、9、8、7、6、5、4、3、2。從這副牌中任意抽出一張，若每一張抽中的機會均相等，則：

(1)這張牌為紅色的機率是_____？

(2)這張牌為梅花的機率是_____？

(3)這張牌為 K 的機率是_____？

(4)抽出的牌為數字不為字母的機率是_____？

(5)抽出的牌為紅色 Q 的機率是_____？

Ex2.4：一副撲克牌共 52 張(不含鬼牌)，分為黑桃♠、紅心♥、方塊♦及梅花♣ 4 種花色，每種花色各有 13 張，分別標為 A、K、Q、J、10、9、8、7、6、5、4、3、2。從這副牌中任意抽出一張，若每一張抽中的機會均相等，則：

(1)這張牌為英文字的機率是_____？

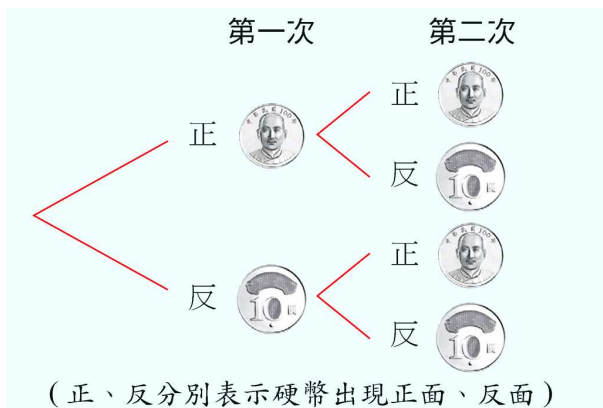
(2)這張牌為黑色數字的機率是_____？

重點 3：樹狀圖

意義：處理一些發生情形比較複雜的機率問題時，可以利用**樹狀圖**逐次列舉出一個實驗所有可能發生的結果，進而求出某事件發生的機率

註：一枚硬幣投擲兩次、兩枚硬幣投擲一次所得到的情形相同

例 3.1：A.試以投擲一枚十元硬幣兩次為例，畫出其樹狀圖



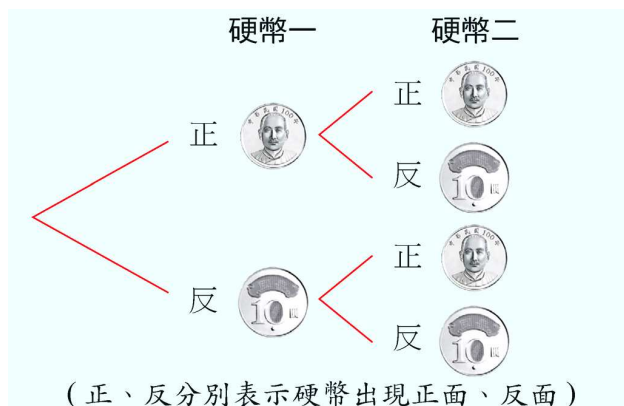
B.如果用(正，反)表示第一次出現正面、第二次出現反面，則：

- (1)寫出所有可能的結果為_____
- (2)①兩次硬幣都出現正面的機率為_____
- ②兩次硬幣都出現反面的機率為_____
- ③硬幣第一次出現正面、第二次出現反面的機率為_____
- ④硬幣第一次出現反面、第二次出現正面的機率為_____
- ⑤硬幣出現一次正面，另一次出現反面的機率是_____

Ex3.1：袋中有紅、黑、綠、黃共四顆色球，從袋中依次取球，且抽完後不放回，若每顆球被抽出的機會都相等，則：

- (1)依題意畫出相關的數狀圖
- (2)第一次抽到黑球，且第二次抽到紅球的機率是_____
- (3)第三次抽到黃球的機率是_____
- (4)綠球比紅球先抽到的機率是_____

例 3.2：A.試以投擲兩枚十元硬幣一次為例，畫出其樹狀圖



B.如果用(正，反)表示硬幣一出現正面、硬幣二出現反面，則：

- (1)寫出所有可能的結果為_____
- (2)①兩枚硬幣都出現正面的機率為_____
- ②兩枚硬幣都出現反面的機率為_____
- ③硬幣一出現正面、硬幣二出現反面的機率為_____
- ④硬幣一出現反面、硬幣二出現正面的機率為_____
- ⑤一枚硬幣出現正面，另一枚出現反面的機率是_____

例 3.3：班長想要對小妍、小霖、小真三位同學進行三字經抽背，若抽背的順序是任意選定的，則：

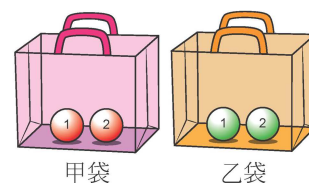
- (1)總共有幾種不同的順序？
- (2)小霖是最後被班長抽背的機率是_____？
- (3)班長對小妍抽背完後，接著對小真抽背的機率是_____？

Ex3.3：有甲、乙兩袋，甲袋中有兩顆紅球，分別編為 1 號、2 號；

乙袋中有兩顆綠球，也分別編為 1 號、2 號。

從甲、乙兩袋中各取一球，則：

- (1)可能發生的結果共有_____種？
- (2)兩袋所取出的球編號相同的機率是_____？



Ex：同時投擲一枚公正的硬幣和一顆均勻的骰子，則：

- (1) 骰子出現 5 點，且硬幣為正面的機率為_____？
- (2) 骰子的點數為 2 的倍數，且硬幣為反面的機率為_____？

Ex：一袋中有 4 顆球，分別標記號碼 1，2，3，4，已知每顆球被取出的機會相同，若第一次從袋中取出一球後放回，第二次從袋中再取出一球，則第二次取出的球比第一次大的機率為多少？

例 3.4：有 5、6、7 三張紙牌，今將此三張紙牌任意排成一個三位數，試問：

- (1) 共可排出幾個不同的三位數？
- (2) 排出的三位數是奇數的機率是多少？
- (3) 排出的三位數是 4 的倍數的機率是多少？
- (4) 排出的三位數是偶數的機率是多少？
- (5) 排出的三位數是 5 的倍數的機率是多少？
- (6) 排出的三位數是 3 的倍數的機率是多少？

Ex3.4：已知有 0，1，2 三張紙牌，若數字 0 不能排在百位數，則：

- (1) 共可排出_____種不同的三位數？
- (2) 排出的三位數為 5 的倍數的機率是_____

例 3.5：將一顆均勻的骰子連續投擲兩次，假設第一次、第二次出現的點數分別以 x 、 y 表示，若實驗結果以數對 (x, y) 表示，則：

- (1) 數對 (x, y) 的所有可能情況共有幾種？
- (2) $x+y=5$ 的機率是多少？
- (3) $x+y$ 的和是質數的機率是多少？

Ex3.5：一籤筒內有四支籤，分別標記號碼 1，2，3，4。已知小武以每次取一支且取後不放回的方式取兩支籤，若每一種結果發生的機會都相同，則這兩支籤的號碼總數是奇數的機率為多少？