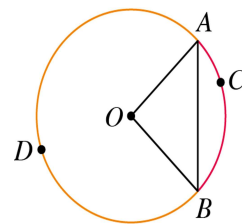


Ch 2.2 圓心角、圓周角及弦切角

**重點 1：圓心角與弧的度數**

1. 弧：如右圖，圓 O 上任意兩點 A、B 把圓分成兩個弧

如果兩弧不一樣大，較大的弧稱為「**優弧**」，較小的弧稱為「**劣弧**」



2. 弧的表示法：

為了區別優弧、劣弧，常在此二弧上各取一點 C、D，將這兩弧分別表示成  $\widehat{ACB}$ 、 $\widehat{ADB}$ 。一般以  $\widehat{AB}$  表示 A、B 兩端點的劣弧 ( $\widehat{ACB}$ )

3. 弧的度數：圓上一弧的度數就是它所對圓心角的度數

$\widehat{AB}$  稱為圓心角  $\angle AOB$  或弦  $\overline{AB}$  所對的弧，其中：

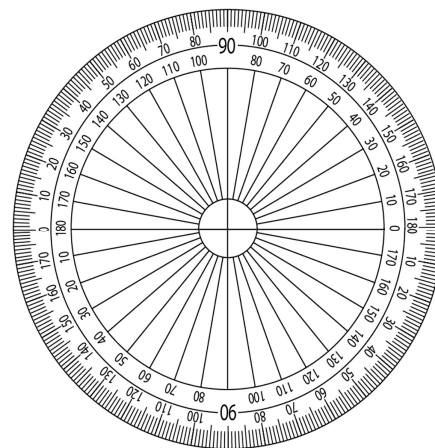
(1) 弦  $\overline{AB}$  稱為圓心角  $\angle AOB$  或  $\widehat{AB}$  所對的弦

(2) 角  $\angle AOB$  稱為  $\widehat{AB}$  或弦  $\overline{AB}$  所對的圓心角

註：整個圓的圓周被分割成 360 等分，如右圖，

每一等分的弧所對應的圓心角是  $1^\circ$ ，稱此弧的度數是  $1^\circ$

即圓心角  $x^\circ$  所對的弧的度數為  $x^\circ$



4. 弧的性質：在同圓或等圓中

(1) 度數相同的兩弧，其弧長也相等；長度相等的兩弧，其度數也相等

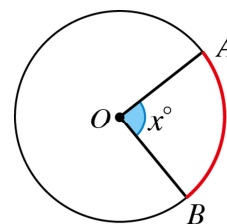
(2) 度數較大的弧，其弧長也較長；長度較長的弧，其度數也較大

(3) 如右圖，若圓 O 的圓心角  $\angle AOB = x^\circ$ ，則：

(i)  $\widehat{AB} = x^\circ$

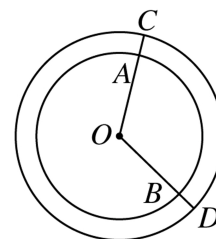
(ii)  $\widehat{AB}$  的長度 = 圓周長  $\times \frac{x}{360}$

註：圓上的一弧  $\widehat{AB}$ ，表示弧的本身、弧的度數及弧的長度。



例 1.1：如右圖，兩同心圓的圓心為 O。已知兩圓的半徑分別為 10、8，

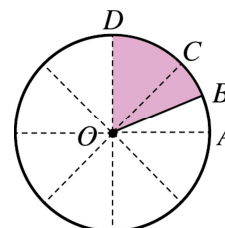
且  $\angle AOB = \angle COD = 120^\circ$ ，求  $\widehat{AB}$  與  $\widehat{CD}$  的度數與長度分別為何？



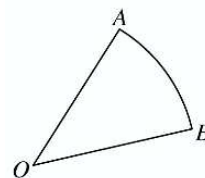
Ex1.1：如右圖，虛線將圓 O 分成八等分，已知圓 O 的半徑為 20 cm，且  $\overline{OB}$  平分  $\angle AOC$ ，求：

(1)  $\widehat{BD}$  的度數為多少？

(2)  $\widehat{BD}$  的長度為多少？

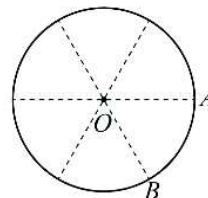


Ex：用 8 個如右圖的扇形，恰可拼成一個直徑為 10 公分的圓形，  
則右圖的扇形的周長為多少？

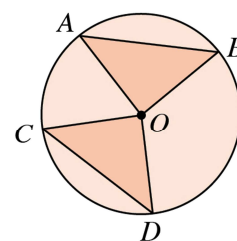


Ex：如右圖，虛線將圓 O 分成六等分，已知圓 O 的半徑為 10 公分，則：

- (1)  $\widehat{AB}$  的度數為多少？
- (2)  $\widehat{AB}$  的長度為多少？

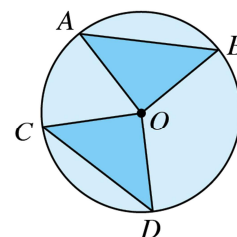


例 1.2：如右圖，若圓 O 中  $\widehat{AB}$  的度數 =  $\widehat{CD}$  的度數，  
則弦  $\overline{AB}$  與弦  $\overline{CD}$  是否等長？為什麼？

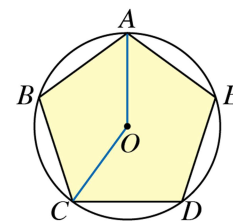


Ex1.2：如右圖，已知圓 O 中的兩弦  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  相等，求：

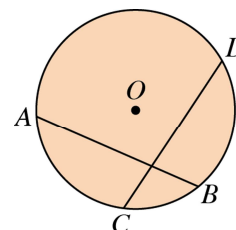
- (1)  $\widehat{AB}$  與  $\widehat{CD}$  的度數是否相等？為什麼？
- (2)  $\widehat{AB}$  與  $\widehat{CD}$  的長度是否相等？為什麼？



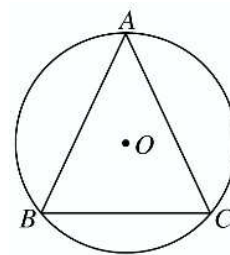
例 1.3：如右圖，若正五邊形 ABCDE 的頂點皆在圓 O 上，  
則  $\angle AOC$  的度數為何？



Ex1.3：如右圖，若圓 O 中兩弦  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，則  $\widehat{AC}$  及  $\widehat{BD}$  是否相等？

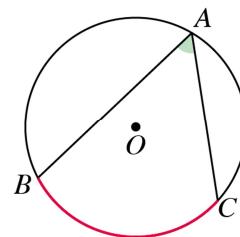


Ex：如右圖，若圓 O 中兩弦  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，若  $\widehat{BC} = 100^\circ$ ，試求  $\widehat{AB} = ?$ ， $\widehat{AC} = ?$



**重點 2：圓周角與弦切角**

1. 圓周角：當兩條弦的交點在圓周上，所形成的角稱為圓周角。如右圖，若兩弦  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  相交於 A 點，則  $\angle BAC$  就是圓周角，它所對的弧是  $\widehat{BC}$



2. 圓周角的度數：

(1) 一弧所對圓周角的度數等於它所對圓心角度數的一半，

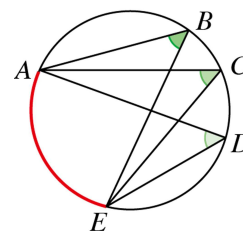
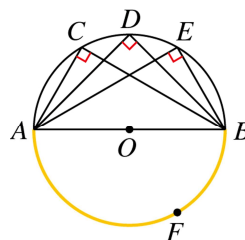
也等於該弧度數的一半， $\angle BAC = \frac{1}{2} \widehat{BC}$

(2)  $\overline{AB}$  為直徑或半圓所對的圓周角是直角

(3) 在同圓中，同弧所對的圓周角度數相等

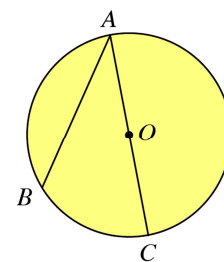
(4) 在等圓中，等弧所對的圓周角均為弧度數的一半，故其所對的圓周角度數也相等

註：圓內接梯形必為等腰梯形



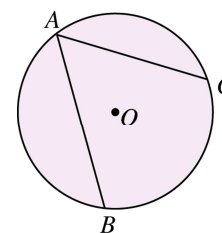
性質 1：當圓周角的一邊是直徑，如右圖，回答下列問題：

- (1) 圓周角  $\angle BAC$  所對的弧為\_\_\_\_\_
- (2) 連接  $\overline{OB}$ ，則  $\triangle OAB$  為等腰三角形，得  $\angle A =$ \_\_\_\_\_
- (3) 因  $\angle BOC$  為  $\angle OAB$  的外角  
則  $\angle BOC =$ \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_
- (4) 由(2)、(3)結果得知：  
圓周角  $\angle A$  與所對的弧  $\widehat{BC}$  的關係為\_\_\_\_\_



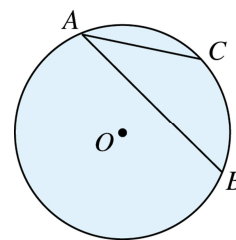
性質 2：當圓心在圓周角內，如右圖，回答下列問題：

- (1) 圓周角  $\angle BAC$  所對的弧為\_\_\_\_\_
- (2) 過 A 作直徑  $\overline{AD}$ ，如右圖，則：  
圓周角  $\angle BAD$  與  $\widehat{BD}$  的關係為\_\_\_\_\_  
圓周角  $\angle CAD$  與  $\widehat{CD}$  的關係為\_\_\_\_\_
- (3) 由  $\angle BAC = \angle BAD + \angle CAD$   
則  $\angle BAC$  與所對的弧  $\widehat{BC}$  的關係為\_\_\_\_\_



性質 3：當圓心在圓周角外，如右圖，回答下列問題：

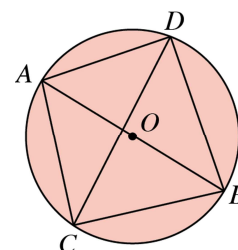
- (1) 圓周角  $\angle BAC$  所對的弧為\_\_\_\_\_
- (2) 過 A 作直徑  $\overline{AD}$ ，如右圖，則：
  - 圓周角  $\angle BAD$  與  $\widehat{BD}$  的關係為\_\_\_\_\_
  - 圓周角  $\angle CAD$  與  $\widehat{CD}$  的關係為\_\_\_\_\_
- (3) 由  $\angle BAC = \angle CAD - \angle BAD$ 
  - 則  $\angle BAC$  與所對的弧  $\widehat{BC}$  的關係為\_\_\_\_\_



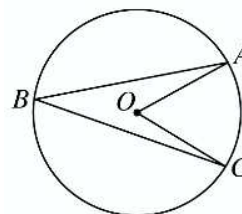
例 2.1：如右圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  為圓 O 的兩弦，O 在  $\overline{AB}$  上。

若  $\angle ADC = 44^\circ$ ， $\widehat{BD} = 100^\circ$ ，則：

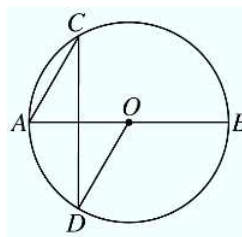
- (1)  $\angle ABC =$  \_\_\_\_\_ 度
- (2)  $\angle ABD =$  \_\_\_\_\_ 度
- (3)  $\angle ACD =$  \_\_\_\_\_ 度



Ex2.1：如右圖，若圓心角  $\angle AOC = 60^\circ$ ，則圓周角  $\angle ABC =$  \_\_\_\_\_ 度



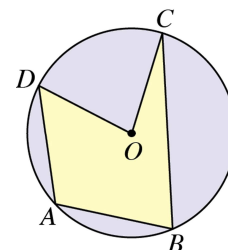
Ex：如右圖， $\overline{AB}$  為圓 O 的直徑， $\overline{CD}$  為圓 O 的一弦，若  $\angle ACD = 30^\circ$ ，則  $\angle DOB =$  \_\_\_\_\_ 度



例 2.2：如右圖，A、B、C、D 為圓 O 上相異四點，已知  $\angle COD = 80^\circ$ ，

$\widehat{AD} = 70^\circ$ ， $\angle DAB = 110^\circ$ ，試求：

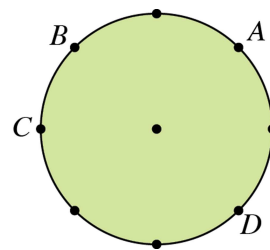
- (1)  $\angle ABC =$  \_\_\_\_\_ 度
- (2)  $\widehat{BC} =$  \_\_\_\_\_ 度



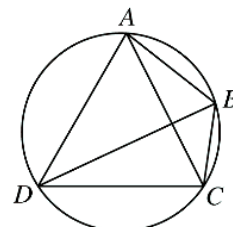
Ex2.2：如右圖，A、B、C、D 為圓上 8 個等分點中的四個點，則：

(1)  $\angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}$  度

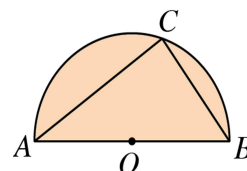
(2)  $\angle ABC + \angle ADC = \underline{\hspace{2cm}}$  度



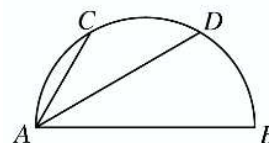
Ex：如右圖，A、B、C、D 為圓 O 上相異四點，已知  $\angle BAC = 25^\circ$ ， $\angle ADB = 35^\circ$ ，則  $\angle ACB = \underline{\hspace{2cm}}$  度， $\angle ADC = \underline{\hspace{2cm}}$  度



例 2.3：右圖是一個半圓，O 為圓心， $\overline{AB}$  為直徑，C 為圓上一點，若  $\angle CAB = 36^\circ$ ，則  $\angle ABC$  是幾度？

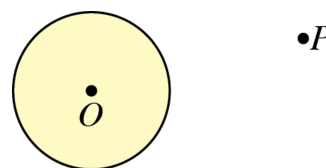


Ex2.3：右圖是一個半圓， $\overline{AB}$  為半圓的直徑，且  $\overline{AB} = 10$ ，若 C、D 三等分弧  $\widehat{AB}$ ，則  $\overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ？

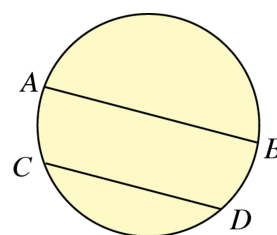


作圖：設 P 為圓 O 外一點，求作通過 P 點且與圓 O 相切的直線

原理：在圓 O 上找一點 M，使得  $\angle OMP = 90^\circ$ ，則  $\overleftrightarrow{MP}$  為所求  
作法：

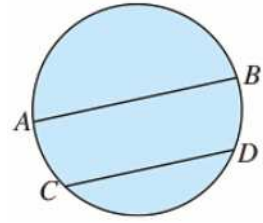


例 2.4：如右圖，若弦  $\overline{AB}$  和弦  $\overline{CD}$  互相平行，試說明  $\widehat{AC}$  和  $\widehat{BD}$  會相等。  
說明：



Ex2.4：如右圖，若  $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ ，試證明  $\overline{AB}$  和  $\overline{CD}$  互相平行

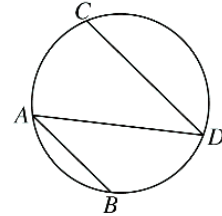
證明：



Ex：如右圖，若  $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ ， $\angle DAB = 37^\circ$ ，則：

(1)  $\angle ADC = ?$

(2)  $\overline{AB}$  是否與  $\overline{CD}$  平行？



**重點 3：圓內接四邊形**

1. 意義：如右圖，若四邊形 ABCD 的四個頂點都在圓周上時，則稱四邊形 ABCD 為「圓內接四邊形」

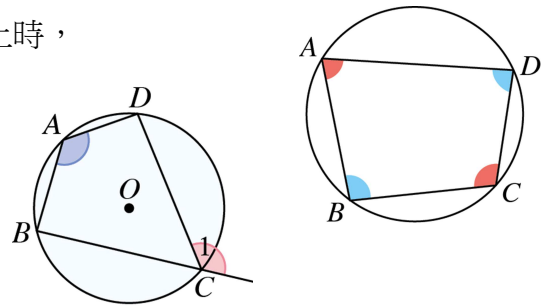
2. 性質：

(1) 圓內接四邊形的對角互補

如右圖， $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ； $\angle B + \angle D = 180^\circ$

(2) 圓內接四邊形的一外角等於其不相鄰的內對角

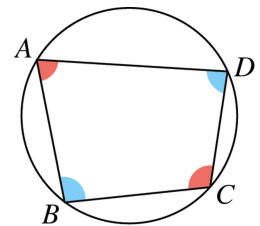
如右圖， $\angle 1 = \angle BAD$



性質 1：如右圖，四邊形 ABCD 為圓內接四邊形

試說明： $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ； $\angle B + \angle D = 180^\circ$

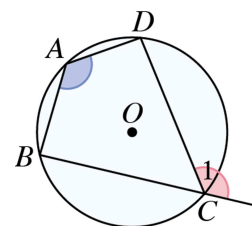
說明：



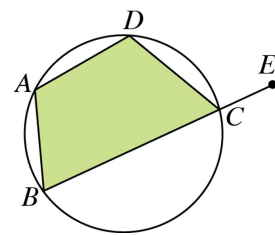
性質 1：如右圖，四邊形 ABCD 為圓內接四邊形

試說明： $\angle 1 = \angle BAD$

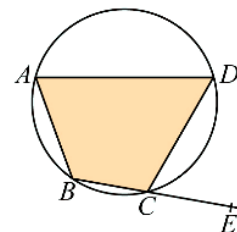
說明：



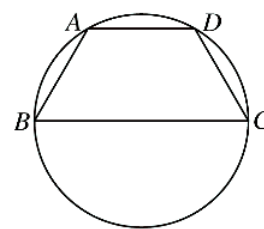
例 3.1：如右圖，四邊形 ABCD 為圓內接四邊形，且 B、C、E 三點共線，  
若  $\angle ABC = 70^\circ$ ， $\angle BAD = 115^\circ$ ，則：  
(1)  $\angle ADC = ?$  (2)  $\angle DCE = ?$



Ex3.1：如右圖，四邊形 ABCD 為圓內接四邊形，且 B、C、E 三點共線，  
若  $\angle BAD = 70^\circ$ ， $\angle ABC = 120^\circ$ ，則：  
(1)  $\angle ADC = ?$  (2)  $\angle DCE = ?$

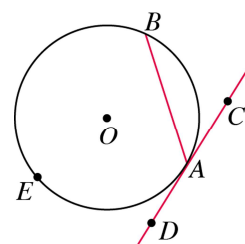


Ex：如右圖，四邊形 ABCD 為圓內接四邊形，且  $\angle ABC = \angle DCB = 60^\circ$ ，  
 $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{BC} = 10$ ，試求四邊形 ABCD 的面積為何？



**重點 4：弦切角**

1. 意義：如右圖， $\overleftrightarrow{CD}$  切圓 O 於 A 點， $\overline{AB}$  為圓 O 的一弦，  
則弦  $\overline{AB}$  與切線  $\overleftrightarrow{CD}$  所形成的  $\angle BAC$  及  $\angle BAD$  稱為**弦切角**  
 $\widehat{AB}$  及  $\widehat{AEB}$  分別是弦切角  $\angle BAC$  及  $\angle BAD$  所夾的弧



2. 弦切角的度數：

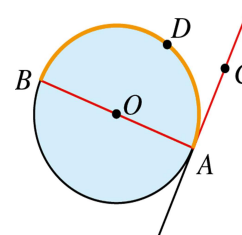
弦切角的度數等於其所夾弧度數的一半，即  $\angle BAC = \frac{1}{2} \widehat{AB}$

註：對同弧的圓周角與弦切角的度數相等

性質 1：如右圖， $\overline{AB}$  為圓 O 之直徑， $\overleftrightarrow{CA}$  切圓 O 於 A 點，則：

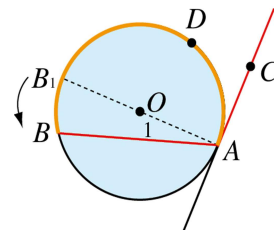
(1)  $\widehat{BDA}$  是\_\_\_\_\_度？

(2)  $\angle BAC$  是  $\widehat{BDA}$  的\_\_\_\_\_倍？



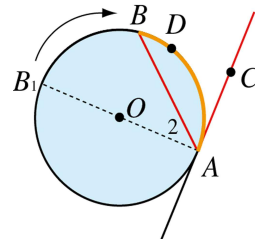
性質 2：如右圖， $\overline{AB_1}$  為圓  $O$  之直徑， $\overleftrightarrow{CA}$  切圓  $O$  於  $A$  點，則：

- (1) 圓周角  $\angle 1$  是  $\widehat{BB_1}$  的\_\_\_\_倍？
- (2)  $\angle BAC = \angle 1 + \angle B_1AC$ ，  
則  $\angle BAC$  是  $\widehat{BDA}$  的\_\_\_\_倍？

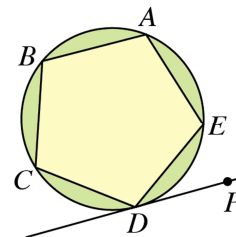


性質 3：如右圖， $\overline{AB_1}$  為圓  $O$  之直徑， $\overleftrightarrow{CA}$  切圓  $O$  於  $A$  點，則：

- (1) 圓周角  $\angle 2$  是  $\widehat{BB_1}$  的\_\_\_\_倍？
- (2)  $\angle BAC = \angle B_1AC - \angle 2$ ，  
則  $\angle BAC$  是  $\widehat{BDA}$  的\_\_\_\_倍？

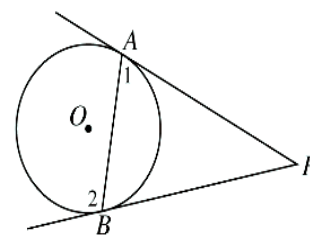


例 4.1：如右圖，正五邊形  $ABCDE$  的五個頂點均在圓上，試求弦切角  $\angle EDP$  的度數？



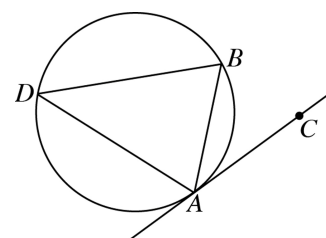
Ex4.1：如右圖，若  $\overleftrightarrow{PA}$  與  $\overleftrightarrow{PB}$  切圓  $O$  於  $A$ 、 $B$  兩點，且劣弧  $\widehat{AB} = 140^\circ$ ，則：

- (1) 優弧  $\widehat{AB} =$ \_\_\_\_？
- (2)  $\angle 1 =$ \_\_\_\_？
- (3)  $\angle 2 =$ \_\_\_\_？
- (4)  $\angle P =$ \_\_\_\_？



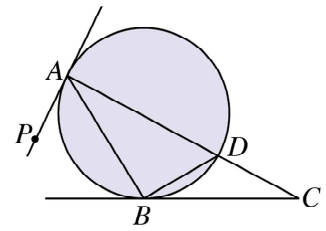
例 4.2：如右圖， $\angle BAC$  為弦切角， $\angle BDA$  為圓周角，則：

- (1)  $\angle BDA$  是  $\widehat{BA}$  的\_\_\_\_倍
- (2)  $\angle BAC$  是  $\widehat{BA}$  的\_\_\_\_倍
- (3)  $\angle BDA$  與  $\angle BAC$  是否相等？答：\_\_\_\_



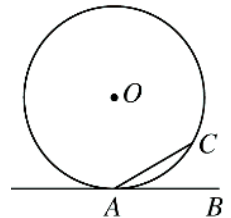


Ex4.2：如右圖，若  $\overleftrightarrow{AP}$ 、 $\overleftrightarrow{BC}$  分別切圓於 A、B 兩點， $\overline{AC}$  與此圓交於 D 點， $\angle DBA = 30^\circ$ 、 $\angle DCB = 28^\circ$ ，則：

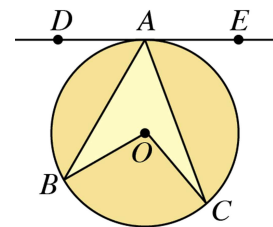


- (1)  $\angle DBC = \underline{\hspace{2cm}} ?$
- (2)  $\angle PAB = \underline{\hspace{2cm}} ?$

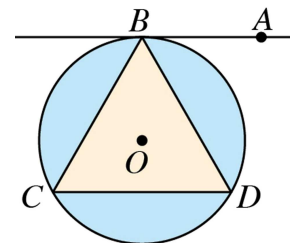
Ex：如右圖，若  $\overleftrightarrow{AB}$  與圓 O 切於 A 點， $\overline{AC}$  與此圓的一弦， $\angle CAB = 30^\circ$ ，且圓的半徑為 12，則弦  $\overline{AC} = ?$



例 4.3：如右圖， $\overleftrightarrow{DE}$  切圓 O 於 A 點，若  $\widehat{AC} = 140^\circ$ ，且  $\angle BOC + \angle BAC = 150^\circ$ ，則  $\angle BAD$  的度數為多少？



Ex4.3：如右圖， $\overleftrightarrow{AB}$  與圓 O 相切於 B 點，且與圓上一弦  $\overline{CD}$  平行，試證明  $\widehat{BC} = \widehat{BD}$



證明： $\because \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\therefore \angle ABD = \underline{\hspace{2cm}}$  (內錯角相等)

又  $\angle ABD = \underline{\hspace{2cm}}$  (對相同的弧  $\widehat{BD}$ )

得  $\angle BDC = \angle BCD$ ， $\frac{1}{2} \widehat{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，故  $\widehat{BC} = \widehat{BD}$

**重點 5：圓內角**

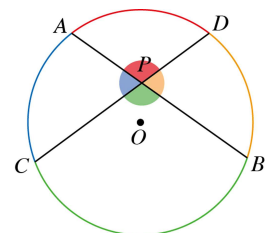
1. 圓內角：當兩弦的交點在圓內時，此兩弦所形成的角稱為**圓內角**

如右圖，兩弦  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  相交於圓 O 內一點 P  
則  $\angle APD$ 、 $\angle DPB$ 、 $\angle BPC$ 、 $\angle CPA$  都是圓內角

2. 圓內角度數：

圓內角的度數等於此角及其對頂角所對兩弧度數和的一半

如右圖，即  $\angle APC = \frac{1}{2} (\widehat{AC} + \widehat{BD})$



性質：如右圖，圓 O 上兩弦  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  相交於圓 O 內一點 P

試說明  $\angle APC = \frac{1}{2}(\widehat{AC} + \widehat{BD})$

說明：1. 連接  $\overline{AC}$

2.  $\because \angle APD$  是  $\triangle APC$  的外角

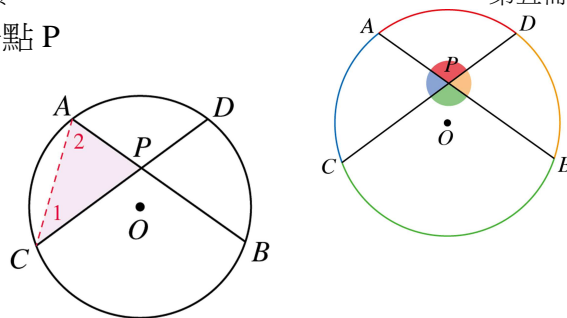
$\therefore \angle APD = \text{---} + \text{---}$

3.  $\because \angle 1$ 、 $\angle 2$  均為圓周角

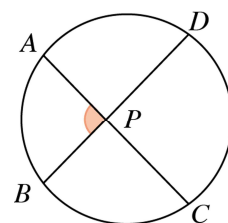
$\therefore \angle 1 = \text{---}$ 、 $\angle 2 = \text{---}$

$\Rightarrow \angle APD = \text{---} + \text{---} = \text{---}$

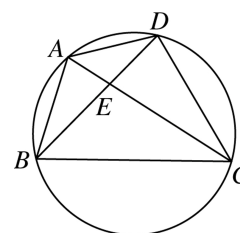
4. 同理  $\angle APC = \frac{1}{2}(\widehat{AC} + \widehat{BD})$



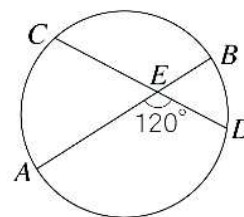
例 5.1：如右圖， $\widehat{AB} = 86^\circ$ ， $\widehat{CD} = 100^\circ$ ，試求圓內角  $\angle APB$  的度數。



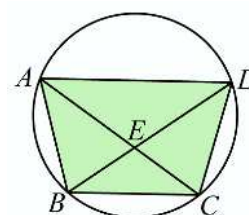
Ex5.1：如右圖， $\angle ADB = 32^\circ$ ， $\angle DEC = 78^\circ$ ，試求  $\widehat{CD}$  的度數。



Ex：如右圖，若  $\widehat{AC} = 80^\circ$ ， $\angle AED = 120^\circ$ ，試求  $\widehat{BD}$  的度數。

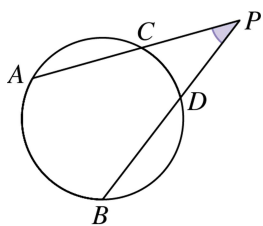


Ex：如右圖，A、B、C、D 為圓上四點，且  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  相交於 E 點  
若  $\angle AED = 110^\circ$ ， $\angle BDC = 40^\circ$ ，則  $\widehat{AD}$  的度數為何？

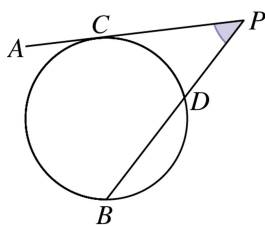


**重點 6：圓外角**

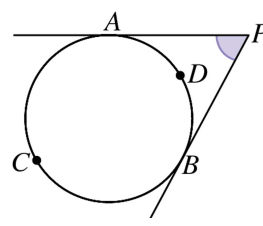
1.圓外角：當圓的兩條切線或割線相交於圓外一點時，所形成的角稱為**圓外角**  
如下圖， $\angle APB$  稱為圓外角



兩條割線相交一點



切線與割線相交一點



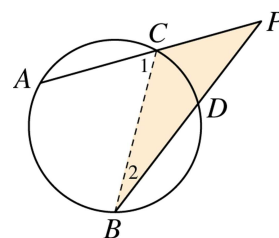
兩條切線相交一點

2.圓外角度數：

圓外角的度數等於其對所對兩弧度數差的一半，如上圖，即  $\angle APB = \frac{1}{2}(\widehat{AB} + \widehat{CD})$

性質 1：如右圖，P 為圓外一點， $\overleftrightarrow{PA}$ 、 $\overleftrightarrow{PB}$  為此圓的兩條割線，分別交圓於 A、C 兩點與 B、D 兩點，則：

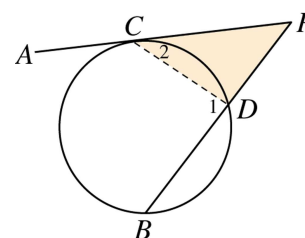
- (1)  $\angle P$ 、 $\angle 1$ 、 $\angle 2$  之間的關係為何？
- (2)  $\angle P$  的度數與  $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{CD}$  的度數之關係為何？



性質 2：如右圖，P 為圓外一點， $\overleftrightarrow{PA}$  為此圓的切線，C 為切點

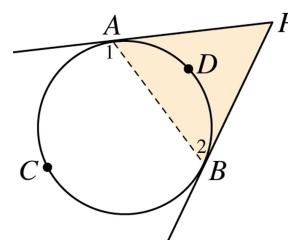
$\overleftrightarrow{PB}$  為此圓的割線，與圓交於 B、D 兩點，則：

- (1)  $\angle P$ 、 $\angle 1$ 、 $\angle 2$  之間的關係為何？
- (2)  $\angle P$  的度數與  $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{CD}$  的度數之關係為何？

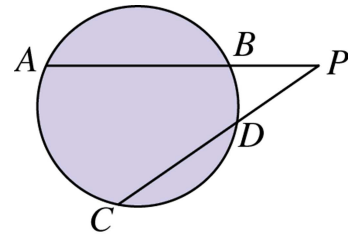


性質 3：如右圖，P 為圓外一點， $\overleftrightarrow{PA}$ 、 $\overleftrightarrow{PB}$  為此圓的兩條切線，A、B 為切點，則：

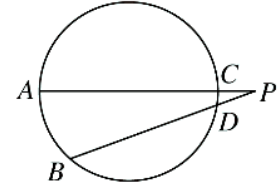
- (1)  $\angle P$ 、 $\angle 1$ 、 $\angle 2$  之間的關係為何？
- (2)  $\angle P$  的度數與  $\widehat{ACB}$ 、 $\widehat{ADB}$  的度數之關係為何？



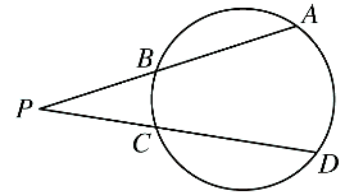
例 6.1：如右圖， $\widehat{AC} = 90^\circ$ ， $\widehat{BD} = 20^\circ$ ，試求圓外角  $\angle P$  的度數。



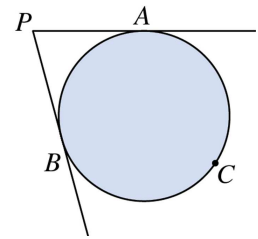
Ex6.1：如右圖，已知  $\widehat{AB} = 60^\circ$ ， $\angle P = 20^\circ$ ，試求  $\widehat{CD}$  的度數？



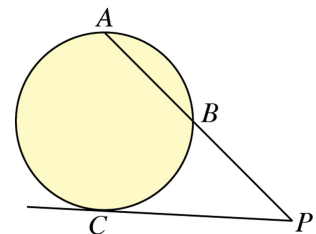
Ex：如右圖，已知各弧長的比  $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{AD} = 6 : 2 : 7 : 5$  試求  $\angle APD$  的度數？



例 6.2：如右圖，P 為圓外一點， $\overrightarrow{PA}$ 、 $\overrightarrow{PB}$  為此圓的兩條切線，A、B 為切點，若  $\widehat{ACB} = 250^\circ$ ，則  $\angle P$  的度數為何？

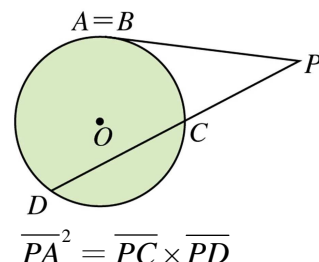
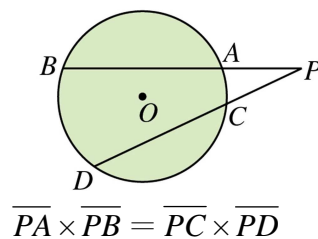
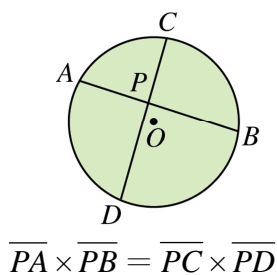


Ex6.2：如右圖，直線 PC 為圓的切線，C 為切點，若  $\angle P = 42^\circ$ ， $\widehat{BC} = 75^\circ$ ，則  $\widehat{AC}$  的度數為何？



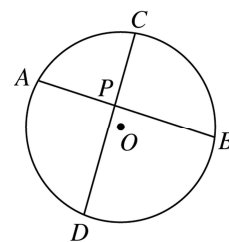
**重點 7：圓的線段乘幕性質**

- 1. 圓內幕性質：若圓 O 的兩弦  $\overline{AB}$  和  $\overline{CD}$  相交於圓內 P 點，則  $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$
- 2. 圓外幕性質：若  $\overline{AB}$  和  $\overline{CD}$  為圓 O 的兩弦，其延長線於圓外相交於 P 點，則  $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$
- 3. 圓切割線性質：若  $\overline{PA}$  切圓 O 於 A 點， $\overline{PD}$  為割線，交圓 O 於 C、D 兩點，則  $\overline{PA}^2 = \overline{PC} \times \overline{PD}$

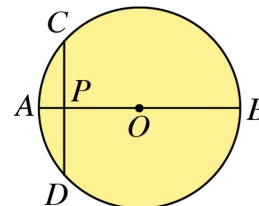


性質 1：如右圖，圓  $O$  的兩弦  $\overline{AB}$  和  $\overline{CD}$  相交於圓內  $P$  點，  
試證明  $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$

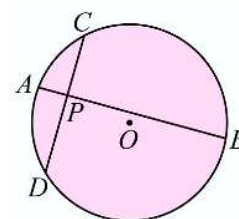
證明：



例 7.1：如右圖， $\overline{AB}$  為直徑，弦  $\overline{CD}$  垂直  $\overline{AB}$  於  $P$  點，若  $\overline{AP} = 1$ ， $\overline{BP} = 7$ ，  
則  $\overline{CP}$  長為多少？

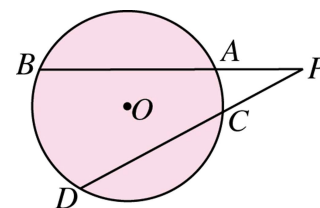


Ex7.1：如右圖，已知  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  為圓  $O$  中的兩弦，且相交於  $P$ ，若  $\overline{AP} = 3$ ，  
， $\overline{BP} = 16$ ，則  $\overline{CP} = 6$ ，則  $\overline{CD}$  長為多少？

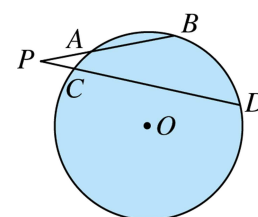


性質 2：如右圖，若  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  為圓  $O$  中的兩弦，其延長線於圓外相交於  $P$  點，  
試證明  $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$

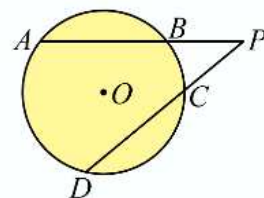
證明：



例 7.2：如右圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  為圓  $O$  中的兩弦，其延長線於圓外相交於  $P$  點，  
若  $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{PA} = 3$ ， $\overline{CD} = 10$ ，則  $\overline{PC}$  的長度為多少？

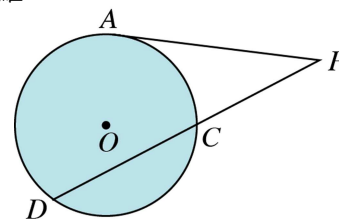


Ex7.2：如右圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  為圓  $O$  中的兩弦，其延長線於圓外相交於  $P$  點，  
若  $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{PB} = 3$ ， $\overline{PD} = 8$ ，則  $\overline{PC}$  的長度為多少？

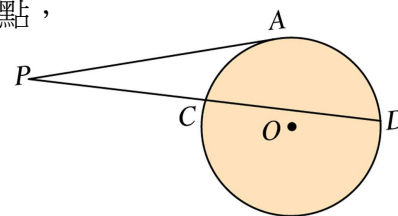


性質 3：如右圖，若  $\overline{PA}$  切圓  $O$  於  $A$  點， $\overline{PD}$  為割線，交圓  $O$  於  $C$ 、 $D$  兩點，  
試證明  $\overline{PA}^2 = \overline{PC} \times \overline{PD}$

證明：



例 7.3：如右圖， $\overline{PA}$  切圓  $O$  於  $A$  點， $\overline{PD}$  為割線，交圓  $O$  於  $C$ 、 $D$  兩點，  
若  $\overline{PC} = 5$ ， $\overline{CD} = 5$ ，則  $\overline{PA}$  的長度為多少？



Ex7.3：如右圖， $\overline{PA}$  為圓  $O$  的切線， $A$  為切點， $\overline{PB}$  為通過圓心切交圓於  $B$ 、 $C$  兩點之割線，  
若  $\overline{AP} = 40$ ， $\overline{BC} = 60$ ，則  $\overline{PC}$  的長度為多少？

