

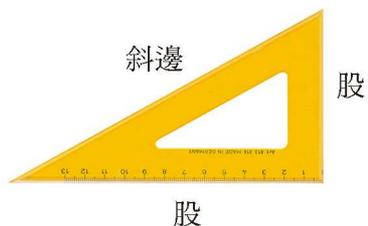
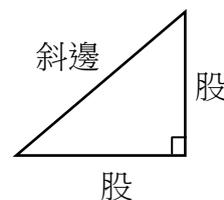
**重點 1：發現畢氏定理**

直角三角形：有一個角為直角( $90^\circ$ )的三角形，稱為直角三角形，如右圖

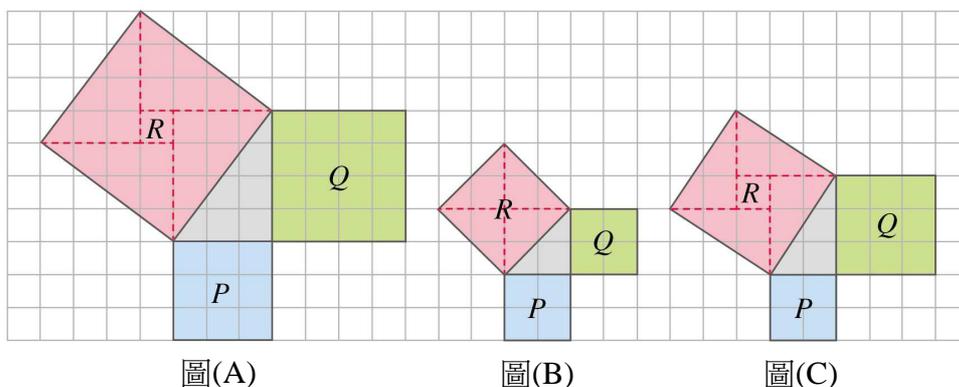
其中直角所對的邊稱為**斜邊**，其餘的兩個邊稱為**股**

等腰直角三角形：兩股長相等的直角三角形，稱為等腰直角三角形

註：一般使用的三角板，二塊皆為直角三角形，其中一塊為等腰直角三角形



例 1.1：觀察下圖(A)、(B)、(C)的面積變化，其中三角形灰色區域皆為直角三角形，依照直角三角形的三邊長所畫出的四邊形皆為正方形，且每個小方格邊長皆為 1，回答下列問題：



(1)根據圖(A)、(B)、(C)的面積變化，完成下表：

	P 的面積	Q 的面積	R 的面積
圖(A)	9	16	25
圖(B)			
圖(C)			

(2)由上表，觀察得知 P、Q、R 的面積有什麼關係？

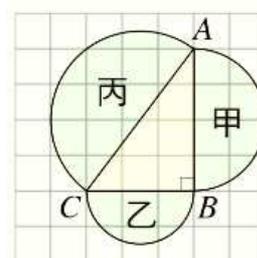
答：

Ex1.1：如右圖，自三角形 ABC 的三邊分別向外作伴圓形，且每個小方格的邊皆為 1，則：

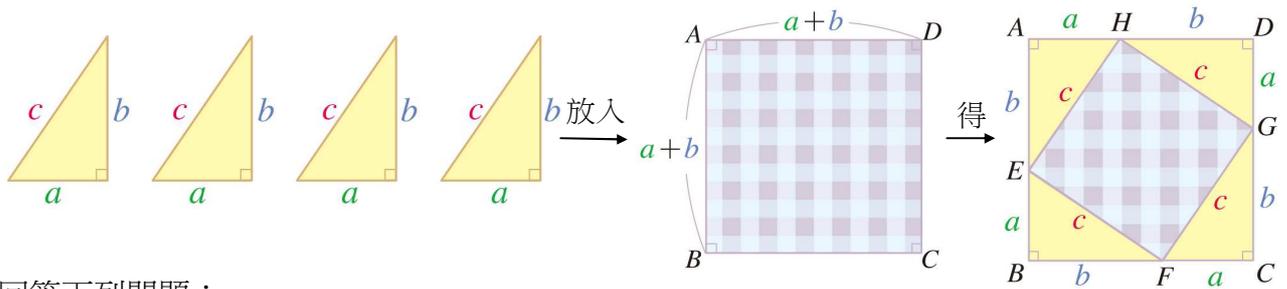
(1)甲的面積為\_\_\_\_\_

(2)乙的面積為\_\_\_\_\_

(3)丙的面積為\_\_\_\_\_



例 1.2：觀察下圖的面積變化，將 4 個相同的直角三角形，其三邊長分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，依下圖的方式放到邊長為  $(a+b)$  的正方形  $ABCD$  上。



回答下列問題：

(1) 四邊形  $EFGH$  是否為正方形？答：\_\_\_\_\_

理由：

(2) 利用四邊形  $EFGH$  面積 = 正方形  $ABCD$  面積 - 4(直角三角形面積)，

試以  $a$ 、 $b$ 、 $c$  表示此關係，得\_\_\_\_\_

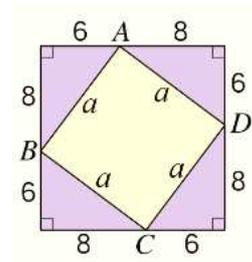
(3) 將(2)的關係式化簡，是否會得到  $c^2 = a^2 + b^2$  的關係？答：\_\_\_\_\_

Ex1.2：如右圖，回答下列各問題：

(1) 四邊形  $ABCD$  是否為正方形？答：\_\_\_\_\_

(2)  $a =$  \_\_\_\_\_

(3) 四邊形  $ABCD$  的面積為\_\_\_\_\_



**重點 2：畢氏定理**

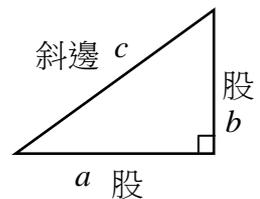
畢氏定理：

設直角三角形斜邊的長度為  $c$ ，兩股的長度分別為  $a$ 、 $b$ ，如右圖

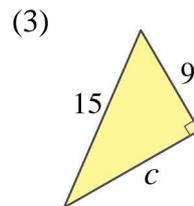
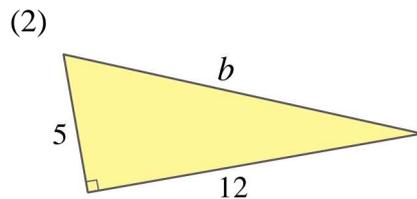
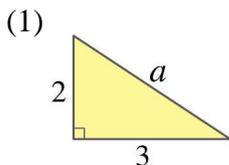
則滿足  $c^2 = a^2 + b^2$  的關係式，稱為畢氏定理

註：畢氏定理是畢達哥拉斯定理的簡稱

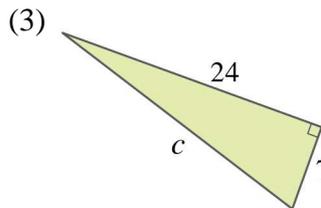
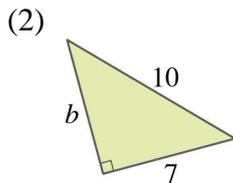
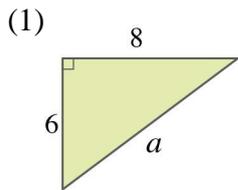
註：在中國，畢氏定理也稱為勾股弦定理或商高定理(勾指較短的股)



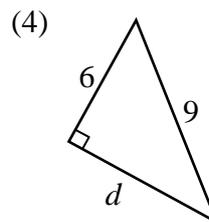
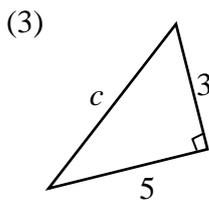
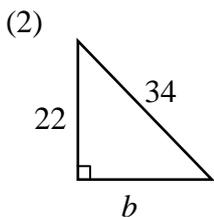
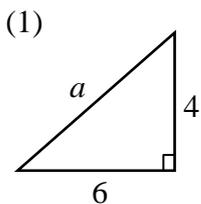
例 2.1：求出下列各直角三角形邊長  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的值：



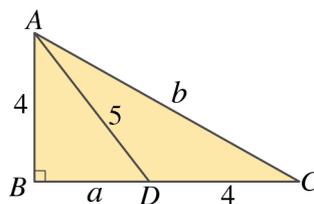
Ex2.1：求出下列各直角三角形邊長  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的值：



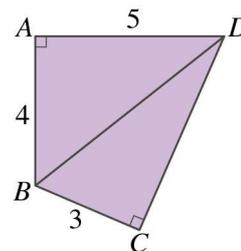
Ex2.11：求出下列各直角三角形邊長  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的值：



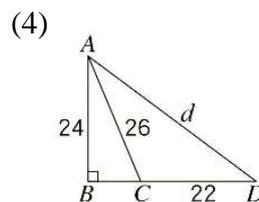
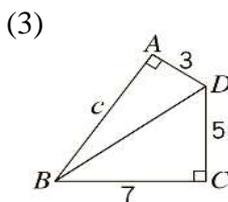
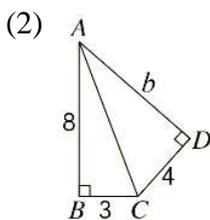
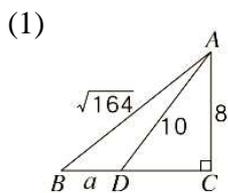
例 2.2：如右圖，求出直角三角形邊長  $a$ 、 $b$  的值：



Ex2.2：如右圖，四邊形 ABCD 中， $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ，  
 若  $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{AD} = 5$ ，則  $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$



Ex2.21：求出下列各直角三角形邊長  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的值：

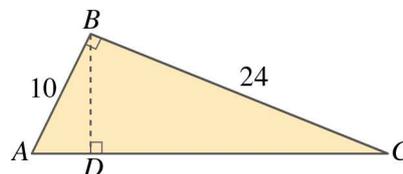


**重點 3：畢氏定理的應用**

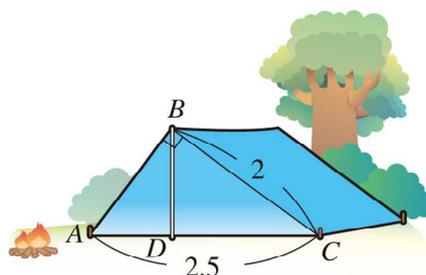
意義：利用畢氏定理，求

直角三角形斜邊上的高、對角線距離、作線段長 $\sqrt{2}$ 等

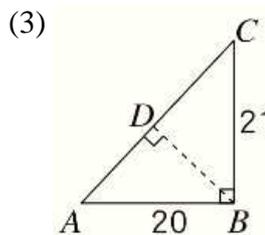
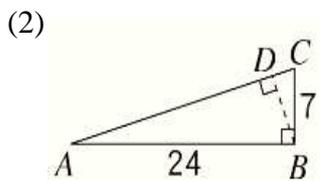
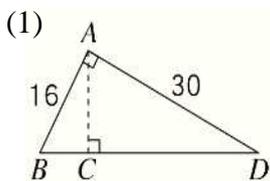
例 3.1：如右圖，直角三角形  $ABC$  中， $\angle ABC$  為直角，且  $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BC} = 24$ ，若  $\overline{BD}$  為斜邊上的高，則  $\overline{BD}$  的長為多少？



Ex3.1：小祐搭設了一個簡易帳篷，如右圖，其中  $\angle ABC$  為直角，且  $\overline{AC} = 2.5$  公尺、 $\overline{BC} = 2$  公尺，則  $\overline{BD}$  的長為多少？



Ex3.11：求下列各直角三角形斜邊上的高：

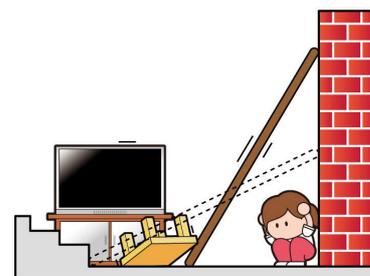


例 3.2：某天下午突然發生了劇烈的地震，一根長 1.3 公尺的橫梁從天花板掉了下來，正好靠在一垂直牆上。

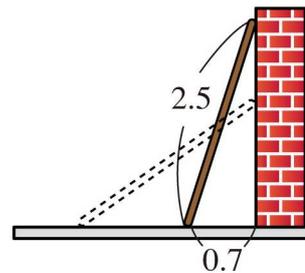
(1)此時牆腳和橫梁的尾端距離為 0.5 公尺，則橫梁頂端距離牆腳多少公尺？

(2)再經過一次餘震後，橫梁往下滑了 0.7 公尺，

此時橫梁尾端頂住了樓梯，則橫梁尾端滑動了多少公尺？

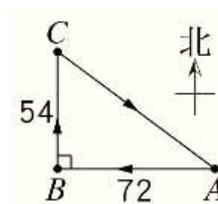


Ex3.2：小靖拿著 2.5 公尺長的梯子靠在一垂直牆上。如右圖  
 已知牆腳與梯腳距離為 0.7 公尺，若梯腳滑移了 1.3 公尺，  
 則梯頂下移多少公尺？

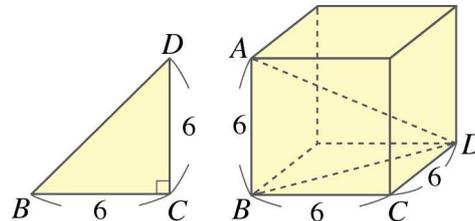


Ex3.21：已知長 250 公分的梯子斜靠在一垂直牆上，則：  
 (1) 已知梯頂離牆腳 240 公分，則梯腳離牆腳多少公分？  
 (2) 如果梯頂下滑 40 公分，則梯腳移動多少公分？

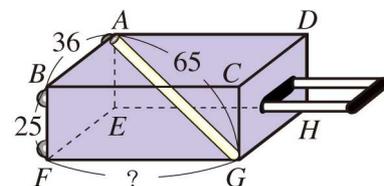
Ex3.22：魯夫為了尋找海上的祕寶，和一群志同道合的夥伴一起進入了  
 「偉大的航路」。他從 A 地出發，向西航行 72 海浬，到達 B 地，  
 在從 B 地向北航行 54 海浬，到達 C 地，之後一路直行回到 A 地，  
 則魯夫共航行了多少海浬？



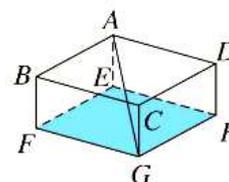
例 3.3：如右圖，有一正方體盒子，其邊長 6 公分，  
 則 A、D 兩點的距離為多少公分？(Hint：先求  $\overline{BD}$ )



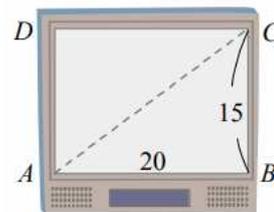
Ex3.3：小妍暑假到東京迪士尼樂園遊玩，買了一張 3D 電影海報。  
 回飯店整理行李時，她必須將長 65 公分的海報筒斜放，  
 才能剛好裝入行李箱內，如右圖。  
 則行李箱的高  $\overline{FG}$  為多少公分？



Ex3.31：如右圖，有一長方體， $\overline{AB} = 6$  公分， $\overline{BC} = 8$  公分， $\overline{CG} = 4$  公分，則：  
 (1)  $\overline{AC} = ?$       (2)  $\overline{AG} = ?$

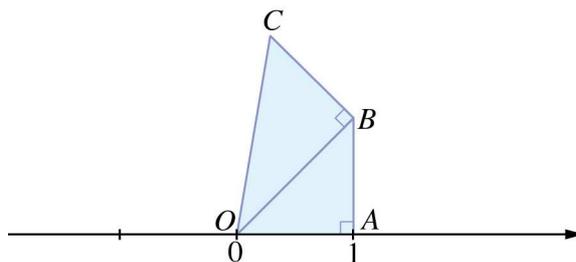


Ex3.32：通常 21 吋的電視，表示電視螢幕對角的距離是 21 吋。  
 現在有一臺電視，它的螢幕長 20 吋、寬 15 吋，如右圖，  
 則這是幾吋的電視(即求  $\overline{AC}$  長)？



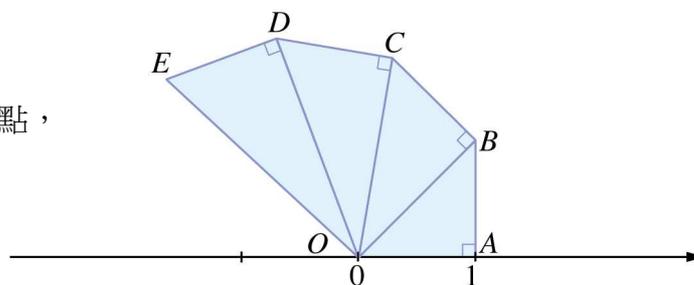
例 3.4：如右圖，在數線上 O 為原點，A 點坐標為 1。在直角三角形 OAB、OBC 中， $\overline{AB} = \overline{BC} = 1$ 。則：

- (1)  $\overline{OB} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{OC} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) 試利用圓規，在圖形的數線上找到 B' 點，使得 B' 點的坐標為  $\sqrt{2}$
- (3) 試利用圓規，在圖形的數線上找到 C' 點，使得 C' 點的坐標為  $-\sqrt{3}$



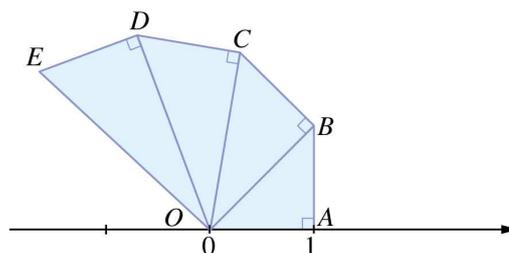
Ex3.4：如右圖，在數線上 O 為原點，A 點坐標為 1。在直角三角形 OAB、OBC、OCD、ODE 中， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 1$ ，則：

- (1)  $\overline{OE} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) 試利用圓規，在圖形的數線上找到 E' 點，使得 E' 點的坐標為  $-\sqrt{5}$



Ex3.41：如右圖，在數線上 O 為原點，A 點坐標為 1。在直角三角形 OAB、OBC、OCD、ODE 中， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 1$ ，

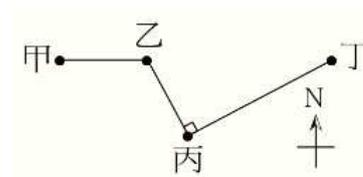
則哪一條線段長為  $\sqrt{4}$  ？



Ex3.42：如右圖，某車由甲地等速前往丁地，過程是：

自甲地向東行 8 分鐘至乙地後，朝東偏南直行 8 分鐘至丙地，左轉 90 度直行 15 分鐘至丁地。若此車由甲地以原來的速率向東直行可到達丁地，則此車程需多少分鐘？

(A) 19.5 (B) 24 (C) 25 (D) 28 (94-1)



#### 重點 4：坐標平面上兩點的距離

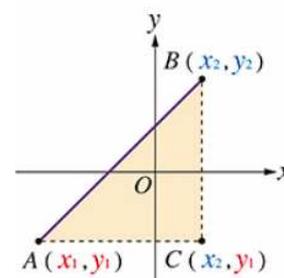
1. 數線上：

設  $A(a)$ ， $B(b)$  為數線上的兩點，則其距離  $\overline{AB} = |a - b|$  或  $|b - a|$

2. 平面上：

設  $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$  為直角坐標平面上的兩點，如右圖

則其距離  $\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$



#### ※水平距離：

例 4.1：直角坐標平面上有  $A(2, 0)$ 、 $B(5, 0)$ 、 $C(-4, 3)$ 、 $D(2, 3)$  四點，分別求出下列各小題中兩點的距離：(1)  $A$ 、 $B$  (2)  $C$ 、 $D$

Ex4.1：求下列各小題中兩點的距離：

(1)  $A(1, -2)$ 、 $B(-6, -2)$

(2)  $C(-7, 3)$ 、 $D(-2, 3)$

Ex4.11：直角坐標平面上有  $A(-7, 2)$ 、 $B(3, 2)$  兩點，則  $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ex4.12：直角坐標平面上有  $A(4, 1)$ 、 $B(-3, 1)$ 、 $C(5, -2)$ 、 $D(-1, -2)$  四點，則  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  何者較長？

## ※鉛直距離：

例 4.2：直角坐標平面上有  $A(0, 3)$ 、 $B(0, -3)$ 、 $C(-3, 1)$ 、 $D(-3, 5)$  四點，分別求出下列各小題中兩點的距離：(1)  $A$ 、 $B$  (2)  $C$ 、 $D$

Ex4.2：求下列各小題中兩點的距離：

(1)  $A(1, 3)$ 、 $B(1, -2)$

(2)  $C(-2, -1)$ 、 $D(-2, -5)$

Ex4.21：直角坐標平面上有  $A(-1, -5)$ 、 $B(-1, -10)$  兩點，則  $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ex4.22：直角坐標平面上有  $A(6, -2)$ 、 $B(6, 5)$ 、 $C(-2, 8)$ 、 $D(-2, 3)$  四點，則  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  何者較長？

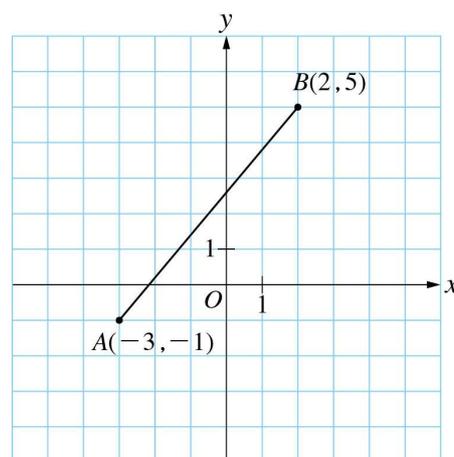
例 4.3：在直角坐標平面上有  $A(-3, -1)$ 、 $B(2, 5)$  兩點，如下圖，試回答下列問題：

(1) 在右圖的坐標平面上，畫出：

- ① 過  $A$  點作平行於  $x$  軸的水平線
- ② 過  $B$  點作平行於  $y$  軸的鉛直線

(2) 設水平線、鉛直線兩直線交於  $C$  點  
則  $C$  點的坐標為  $\underline{\hspace{2cm}}$

(3) 求出  $A$ 、 $B$  兩點的距離為  $\underline{\hspace{2cm}}$



Ex4.4：試在直角坐標平面上描繪  $A(-5, 2)$ 、 $B(3, -9)$  兩點坐標。若過  $A$  點作平行於  $x$  軸的水平線，過  $B$  點作平行於  $y$  軸的鉛直線，設兩直線交於  $C$  點，則：

(1)  $C$  點的坐標為\_\_\_\_\_

(2)  $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3)  $A$ 、 $B$  兩點的距離  $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

例 4.4：直角坐標平面上有  $A(6, 4)$ 、 $B(-3, -7)$  兩點，則  $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ex4.4：直角坐標平面上有  $A(4, -3)$ 、 $B(1, 5)$  兩點，則  $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ex4.41：求下列各小題中兩點的距離：

(1)  $A(3, -2)$ 、 $B(-3, 6)$

(2)  $C(4, 8)$ 、 $D(-2, 1)$

Ex4.42：直角坐標平面上有  $A(3, -5)$ 、 $B(-4, 2)$  兩點，則  $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

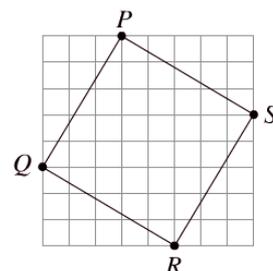
Ex4.43：已知甲、乙從原點  $O(0, 0)$  同時出發，甲先向東走 4 公里，在向南走 5 公里抵達  $A$  點；乙先向西走 3 公里，在向北走 2 公里抵達  $B$  點，則  $A$ 、 $B$  兩點的距離為多少公里？

Ex4.44：已知小龍、阿虎兩人均在同一地點，若小龍向北直走 160 公尺，再向東直走 80 公尺後，可到神仙百貨，則阿虎向西直走多少公尺後，他與神仙百貨的距離為 340 公尺？(100-1)

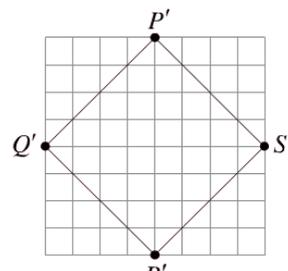
- (A) 100      (B) 180      (C) 220      (D) 260

Ex：右圖中甲、乙為兩張大小不同的 8×8 方格紙，其中兩正方形 PQRS、P'Q'R'S' 分別在兩方格紙上，且各頂點均在格線的交點上。設兩正方形的面積相等，根據圖中兩正方形的位置，求甲、乙兩方格紙的面積比為何？(99-2)

- (A) 4 : 5      (B) 9 : 10      (C) 15 : 16      (D) 16 : 17



甲



乙

Ex：如右圖， $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ 、 $\overline{AD} \perp \overline{CD}$ ，且  $\overline{AB} = 7$ 、 $\overline{BC} = a$ 、 $\overline{CD} = b$ 、 $\overline{AD} = 9$ ，

則  $(a+b)(a-b) = ?$  (95-2)

- (A) 16      (B) 32      (C) 63      (D) 130

