

重點 1：認識多項式

1. 意義：由數和文字符號 x 進行加法和乘法運算所構成的式子，稱為 x 的多項式。

註：當 x 出現在分母或絕對值符號內的時候，如 $\frac{1}{x-2}$ 、 $|x|$ 等，都不是 x 的多項式

2. 定義：形如 $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ 為 x 的多項式。(採高中之定義)

例 1.1：下列哪些式子是 x 的多項式？

- (A) x^2 (B) $|x+5|$ (C) $5x^2 + 6x - 7$
(D) $2x - 4$ (E) $\frac{1}{3}x^4$ (F) $\frac{1}{x+5}$

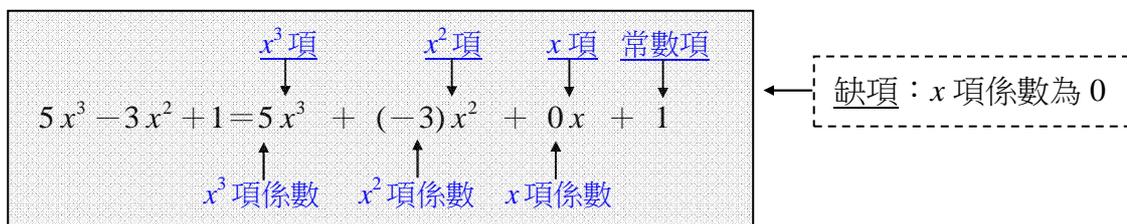
Ex1.1：下列哪些式子是 x 的多項式？

- (A) $\frac{1}{x}$ (B) $\frac{5x}{6} + 2$ (C) x^3 (D) $|5x|$
(E) 6 (F) $\frac{2}{3}x^5$ (G) $|x-4|$ (H) $4x^3 + 2x + 1$

重點 2：多項式的項、係數與次數

1. 項、係數：在 x 的多項式 $ax^2 + bx + c$ 中，則：

二次(x^2)項是 ax^2 ，係數為 a ；一次項(x)是 bx ，係數為 b ；常數項是 c



註：缺項：多項式中缺少某一項，代表這項係數是 0，稱此項為缺項

2. 次數：在一個 x 的多項式中，係數不為 0 且次數最高的項，稱為**最高次項**。

而最高次項的次數稱為此多項式的**次數**，最高次項的係數稱為**領導係數**。

3. 單項式：如果一個多項式只有**單獨一項**，則稱此多項式為**單項式**

4. 常數多項式：如果單項式為常數項時，則稱此單項式為常數多項式，包含：

- (1) **零次多項式**：當常數多項式不為 0 時，規定這個多項式的次數是 0，稱為**零次多項式**
(2) **零多項式**：當常數多項式為 0 時，稱為**零多項式**。不討論零多項式的次數

例 2.1：下列多項式分別是幾次多項式？各項的係數是多少？完成下表。

多項式	多項式次數	x^3 項係數	x^2 項係數	x 項係數	常數項
(1) $6x^3 + 3x^2 + 8x - 4$					
(2) $-x + x^2 - 4x^3 + 6$					
(3) $3 - x^2$					

Ex2.1：下列多項式分別是幾次多項式？各項的係數是多少？完成下表。

多項式	多項式次數	x^3 項係數	x^2 項係數	x 項係數	常數項
(1) $2 - x^3$					
(2) $-4x^3 - 7 + 6x^2 - x$					

例 2.2：設多項式 $(a-2)x^2 + (b+3)x + c$ ，則下列各多項式之 a 、 b 、 c 三個數的條件為何？

- (1)若為一次多項式 (2)若為零次多項式 (3)若為零多項式

Ex2.2：(1)若多項式 $(a-3)x^2 + (b-2)x + 3$ 是一個常數多項式，則 a 、 b 二數的條件為何？

(2)若多項式 $(2+a)x^2 + (4-b)x + 6$ 是一個 x 的一次多項式，則 a 、 b 二數的條件為何？

重點 3：多項式的加法運算

1. 升幂排列：將 x 多項式的各項按照 x 的次數由小到大排列，稱為升幂(或升次)排列

降幂排列：將 x 多項式的各項按照 x 的次數由大到小排列，稱為降幂(或降次)排列

註：如果沒有特別規定，一般都以降幂排列來表示多項式

2. 同類項：文字符號及次數均相同的項稱為同類項

註：兩個或多個常數項為必然的同類項

3. 多項式的加法運算：兩個多項式相加時，就是將同類項係數合併做加法計算

(1)多項式運算時，先按降幂(或升幂)排列，再以直式、橫式或分離係數法來做加法運算

(2)分離係數法：在直式運算時，將文字符號省略，只寫出各項係數的運算方法。

運算完畢後，須將文字符號補回

(3)在直式運算時，遇缺項的部分必須補上 0

例 3.1：將下列各多項式按照指定方式排列：

	(1) $3x + x^2 - 2$	(2) $1 + 2x^3 - 4x$	(3) $3x^2 + 6x^3 - 4 + 8x$
按升冪排列			
按降冪排列			

Ex3.1：若一多項式按降冪排列為 $x^{a-2} + x^{b+1} + x^{c+2}$ ，試比較 a, b, c 的大小

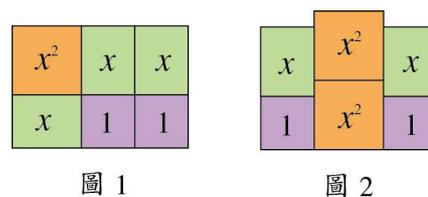
例 3.2：下列哪些式子是 x^2 的同類項？

- (A) $3x$ (B) $4x^3$ (C) $\frac{5}{2}x^2$ (D) $-8x^2$ (E) $4x^2$ (F) 2

Ex3.2：下列哪些式子是 $3x^2$ 的同類項？

- (A) x (B) $\frac{1}{3}x^2$ (C) $5x^2$ (D) $6x^3$ (E) 3

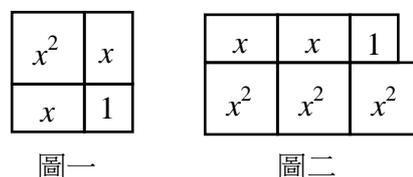
例 3.3：右圖 1、圖 2 各有數個面積為 x^2 的大正方形、面積為 x 的長方形和面積為 1 的小正方形磁磚。試分別將它們的個數填入下表，並分別計算其個別面積、合併面積以多項式表示。



	面積為 x^2 的個數	面積為 x 的個數	面積為 1 的個數	以多項式表示面積
圖 1				
圖 2				
兩圖合併				

Ex3.3：如右圖一、圖二，則：

- (1) 以多項式表示圖一的面積為_____
- (2) 以多項式表示圖二的面積為_____
- (3) 以多項式表示兩圖合併後的面積為_____



例 3.4：試以直式、橫式與分離係數法，分別求 $(4x+5+2x^2)$ 與 $(1+2x+x^2)$ 的和

Ex3.4：試以直式、橫式與分離係數法，分別求 $(3x+4+x^2)$ 與 $(-9+5x+2x^2)$ 的和

Ex3.41：試計算下列各式：

(1) $(5x+3x^2+1)+(x^2+7x+5)$

(2) $(3x-5+5x^2)+(6+2x^2-3x)$

※缺項計算

例 3.5：試以直式、橫式與分離係數法，分別計算 $(-x^2+2x+1)+(2x^2-5)$ 的和

Ex3.5：試以直式、橫式與分離係數法，分別計算 $(2x+x^2-1)+(2+2x^2)$ 的和

Ex3.51：計算下列各式：

(1) $(5x-x^2)+(2x^2-3)$

(2) $(4x-x^3+8)+(-2x^3+3x^2)$

Ex3.52：計算下列各式：

(1) $(-3x^2+2)+(6x^2+4x-1)=$ _____

(2) $(4x-5x^2+8)+(x^2-9)=$ _____

(3) $(6x+x^2)+(7x^2-2)=$ _____

(4) $(2x^3-9+8x)+(6-5x)=$ _____

(5) $(8x^3-1)+(5-3x-5x^3)=$ _____

重點 4：多項式的減法運算

意義：做多項式的減法運算與做多項式的加法運算類似。

當兩個多項式相減時，就是將同類項係數合併做減法計算

註：多項式運算時，先按降冪(或升冪)排列，再以**直式**、**橫式**或**分離係數法**來做減法運算

例 4.1：試以直式、橫式與分離係數法，分別計算 $(x^2+5x+1)-(2-3x^2-x)$

Ex4.1：計算下列各式：

(1) $(-x+1+2x^2)-(5x^2-3)$

(2) $(7-x^2)-(2x-4x^3+6)$

Ex4.11：計算下列各式：

(1) $(3x^2 - 9x + 10) - (5x^2 - 2x - 7) =$ _____

(2) $(8x - 5) - (-3x^2 + 4x - 1) =$ _____

(3) $(x^2 - 4) - (-x^2 + 3x + 1) =$ _____

(4) $(6x - 7) - (x^2 + 3x + 1) =$ _____

(5) $(-2x^3 + 4x - 5) - (-x^3 - 6x^2 + 4x) =$ _____

(6) $(3x^2 + 8x - 10) - (5 - 2x^2) =$ _____

Ex4.12：有一線段長為 $x + 4x^3 + 9$ ，剪掉 $2x^2 - 4x + 1$ 後，剩下的長為多少？

※加減混合運算

例 4.2：設 A、B、C 皆為多項式，且 $A = 3x^2 + 6x - 9$ ， $B = -3x^2 + 4x$ ， $C = -2x + 3$ ，則：

(1) $A - B + C =$ _____ (2) $A - (B + C) =$ _____

Ex4.2：設 A、B、C 皆為多項式，且 $A = -3x^2 - 7 + x$ ， $B = 1 - 2x^2$ ， $C = -2x + 6$ ，則：

(1) $A + B - C =$ _____ (2) $A - (B + C) =$ _____

Ex4.21：小明解一道數學題目，誤將「A - B」看成「A + B」，結果求出的答案是 $-7x^2 + 6x + 1$ ，已知 B 為 $5x^2 - 4x + 3$ ，則 A - B 的正確答案為多少？

例 4.3：若 A 是多項式，且 $A + (-4x^2 + 1 + 5x) = x^3 + 5 - 2x$ ，則多項式 A 為何？

Ex4.3：若 B 是多項式，且 $B - (6x^3 - 2 + x^2) = 5x^2 + 11 - 3x$ ，則多項式 B 為何？