Ch 1.1 乘法公式

重點 1：分配律

1.乘法對加法的分配律：$a(b+c)=ab+ac$ 背

乘法對減法的分配律：$a(b-c)=ab-ac$

註：因為乘法具有交換律，則

$a(b+c)=(b+c)a$　　　$a(b-c)=(b-c)a$

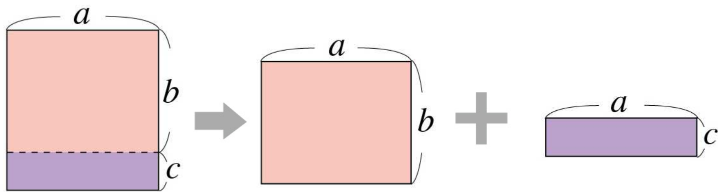
2.分配律：

設 a、b、c、d 為任意數，則$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 背

註：$(a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)=ac+ad+bc+bd$

即 $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

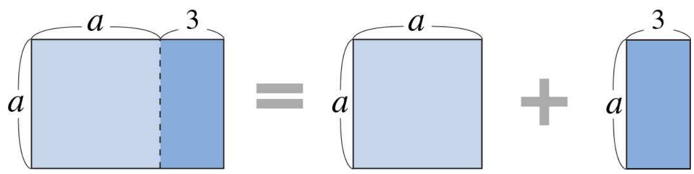
例 1.1：下圖之長方形中，長是 a，寬是$(b+c)$，則面積表示成 $a\times(b+c)$



(1)表示為 ________ ＝ ______ ＋ _____

(2)省略乘號「×」，$a\times(b+c)$簡記為______

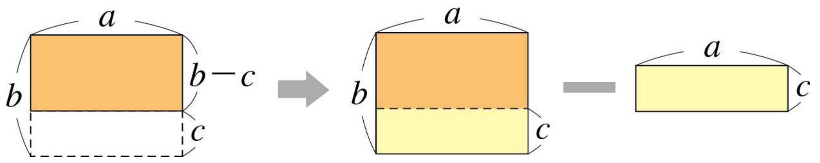
Ex1.1：(1)下圖中，一個長為$(a+3)$、寬為 a 的大長方形，分割成邊長為 a 的正方形與長為 a、寬為 3 的長方形。試在空格中填入適當的文字符號，以表示圖中的面積關係



面積＝(____＋____)×____ ＝ _____ ＋ _____

(2)利用分配律，計算 16×(100＋2)

例 1.2：下圖之長方形中，長是 a，寬是$(b-c)$，則面積表示成 $a\times(b-c)$

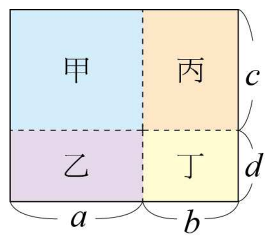


(1)表示為 ＿＿＿＿＿ ＝ ＿＿＿＿ ＋ ＿＿＿

(2)省略乘號「×」，$a\times(b-c)$簡記為＿＿＿＿

Ex1.2：利用分配律，計算 20×(55－4)

例 1.3：(1)右圖中，一個大長方形分割成甲、乙、丙、丁四塊小長方形，請觀察並完成下表



以大長方形計算	以四塊小長方形計算
大長方形的長為＿＿＿ 寬為＿＿＿	甲面積＝＿＿＿ 乙面積＝＿＿＿ 丙面積＝＿＿＿ 丁面積＝＿＿＿
大長方形面積 ＝長 × 寬 ＝$(a+$＿＿$)(c+$＿＿$)$	四塊小長方形面積和 ＝甲面積＋乙面積＋丙面積＋丁面積 ＝＿＿＿＋＿＿＿＋＿＿＿＋＿＿＿

即$(a+b)(c+d)=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(2)利用分配律，計算下列各式的值：

① 99×501 ② $12\frac{1}{2}\times20\frac{1}{3}$

Ex1.3：利用分配律，計算下列各式的值：

(1)89×102 (2) $10\frac{1}{3}\times12\frac{2}{5}$

Ex1.31：利用分配律，計算下列各式的值：

(1)49×101　　(2)203×52　　(3)$39\frac{3}{4}\times80\frac{1}{4}$　　(4)59.9×10.1

重點 2：乘法公式－完全平方

1.和的平方：設 a、b 為任意數，則 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 背

2.差的平方：設 a、b 為任意數，則 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

註：(1) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ 背

(2) a、b 也可以用其他文字符號代替

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ 背

$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$

3.乘法公式內的符號變化：

(1) $(-a+b)^2=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ 背

(2) $(-a-b)^2=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

4.求值公式：

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$　　$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

(2) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$　　$(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

例 2.1：邊長為$(a+b)$的大正方形，可分割成一個邊長為 a 的正方形，加上兩個長為 a、寬為 b 的長方形和一個邊長為 b 的正方形，如下圖

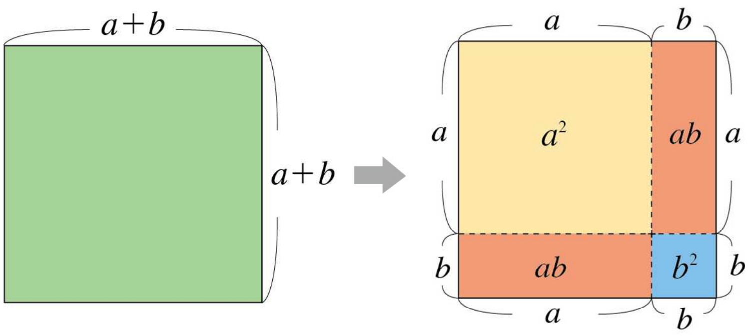
(1)從面積來看得到：

$(a+b)^2=$

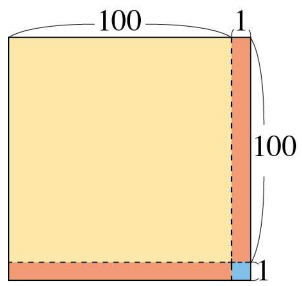
$=$

(2)用分配律的規則來計算：

$(a+b)^2=$



Ex2.1：如右圖，一個邊長為 101 公分的正方形，它的面積是101^2平方公分，則：



(1)從面積來看得到：

$(100+1)^2=$

$=$

(2)用分配律的規則來計算：

$(100+1)^2=$

例 2.2：利用和的平方公式$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，計算下列各式值：

(1) 504^2　(2) 20.3^2

Ex2.2：利用和的平方公式$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，計算下列各式值：

(1) 201^2　(2) 5.7^2　(3) 300.1^2　(4) $(60\frac{3}{4})^2$

Ex2.21：若$999.5^2=999^2+a$，則 $a=$_____

Ex2.22：利用和的平方公式$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，計算下列各式值：

(1) $602^2=(600+$_____$)^2=$____$+2\times$____$\times$____$+$____$=$_______

(2) $100.5^2=$

例 2.3：在下列空格中填入適當的數，並完成計算結果

(1) $44^2+2\times44\times6+6^2=(44+\_\_\_\_)^2=\_\_\_\_\_\_\_$

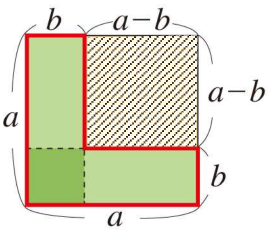
(2) $8.9^2+2\times8.9\times1.1+1.1^2=\_\_\_\_\_\_$

Ex2.3：利用和的平方公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，計算下列各式值：

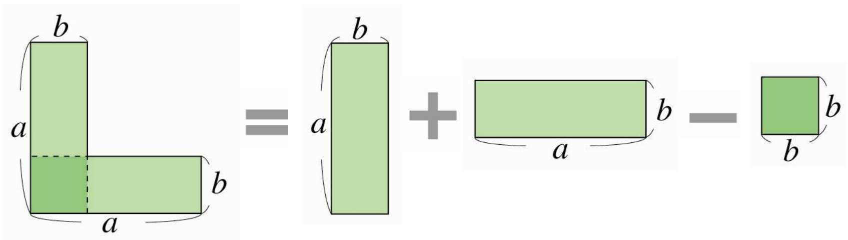
(1) $12^2+2\times12\times8+8^2=\_\_\_\_\_\_$

(2) $68.8^2+2\times68.8\times31.2+31.2^2=\_\_\_\_\_\_$

例 2.4：如右圖，邊長為 a 的大正方形面積比邊長為$(a-b)$的正方形面積多出了一塊 L 型區域。



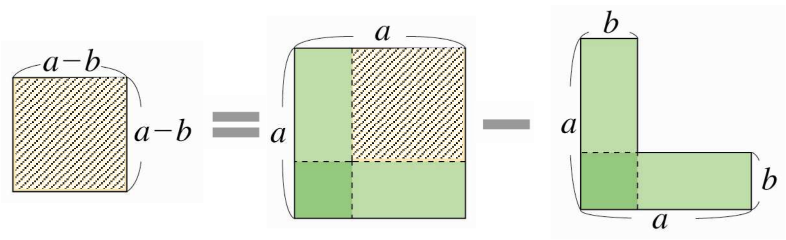
(1) L 型區域是兩個長為 a、寬為 b 的長方形所疊合成的，重疊部分正好是邊長為 b 的小正方形



$\Rightarrow$L 型區域面積＝兩個長為 a、寬為 b 的長方形面積－重疊部分的小正方形面積

$=\_\_\_\_\_\_\_-\_\_\_\_\_$

(2)邊長為$(a-b)$的正方形面積＝邊長為 a 的大正方形面積－L 型區域面積



$\Rightarrow\ (a-b)^2=\_\_\_\_-(\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\ )=$

(3)利用分配律的規則來計算：

$\Rightarrow\ (a-b)^2=(a-b)\times(a-b)=$

(4)利用公式計算下列各式的值：

①$199^2=______$ ②$(9\frac{3}{4})^2=_______$

Ex2.4：利用差的平方公式$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，計算下列各式的值：

(1) $498^2=$______ (2) $(299\frac{2}{3})^2=$______ (3) $(299.8)^2=$______

Ex2.41：(1) 99.9^2之值的十位數字＝_____

(2) 49.7^2之值的十位數字＝_____

例 2.5：利用差的平方公式$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，計算下列各式的值：

(1) $93^2-2\times93\times3+3^2$ (2) $(40\frac{4}{5})^2-2\times40\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}+(\frac{4}{5})^2$

Ex2.5：利用差的平方公式$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，計算下列各式的值：

(1) $123^2-2\times123\times23+23^2$ (2) $(81.7)^2-2\times81.7\times1.7+(1.7)^2$

例 2.6：判斷下列等式是否正確？如果不正確，請寫出正確的式子。

(1) $6.9^2+2\times6.9\times3.1+3.1^2=(6.9-3.1)^2$

□ 正確 □ 不正確，應為：

(2) $(9\frac{5}{6}-\frac{5}{6})^2=(9\frac{5}{6})^2-2\times9\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}-(\frac{5}{6})^2$

□ 正確 □ 不正確，應為：

Ex2.6：判斷下列等式是否正確？如果不正確，請寫出正確的式子。

(1) $(7-2)^2=7^2-2^2$

☐ 正確　　☐ 不正確，應為：

(2) $(8-4)^2=8^2-2\times8\times4+4^2$

☐ 正確　　☐ 不正確，應為：

(3) $(9-3)^2=9^2-2\times9\times3-3^2$

☐ 正確　　☐ 不正確，應為：

重點 3：乘法公式－平方差

1.平方差公式：設 a、b 為任意數，則 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

註：(1) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

(2) $(a+b)(a-b)=a(a-b)+b(a-b)=a^2-ab+ba-b^2=a^2-b^2$

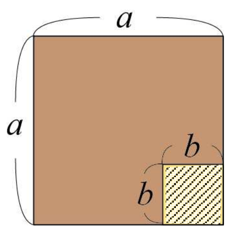
2.乘法公式內的符號變化：

(1) $(-a-b)(-a+b)=(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

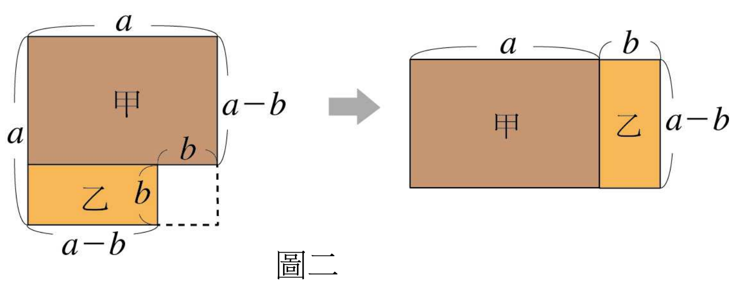
(2) $(-a+b)(a+b)=(b-a)(b+a)=b^2-a^2$

(3) $(-a-b)(a-b)=-(a+b)(a-b)=-(a^2-b^2)=-a^2+b^2$

例 3.1：(1)如下圖一，在一張邊長為 a 的大正方形紙片中，將斜線區域的小正方形剪下，則剩餘的面積為何？



圖一



圖二

(2)如上圖二，將剩餘的部分重新分割成甲和乙兩部分，並重新組合成 一個長方形，則組合後的長方形面積為何？

(3)比較(1)、(2)兩式中的 a、b 有何關係？

例 3.2：利用平方差公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，計算下列各式的值：

(1) 203×197　　(2) $20\frac{1}{4}\times19\frac{3}{4}$

Ex3.2：利用平方差公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，計算下列各式的值：

(1) 301×299　　(2) 9.5×10.5　　(3) $60\frac{1}{3}\times59\frac{2}{3}$

Ex3.21：利用平方差公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，計算下列各式的值：

(1) 194×206　　(2) 308×292　　(3) 398×402

(4) 9.9×10.1　　(5) $49\frac{1}{5}\times50\frac{4}{5}$

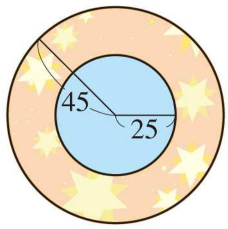
例 3.3：計算下列各式的值：

(1) 64^2-36^2　　(2) 999^2-1^2

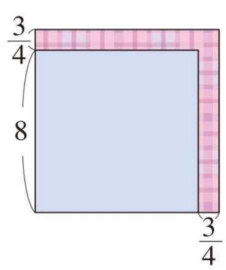
Ex3.3：計算下列各式的值：

(1) $189^2 - 11^2$　　(2) $129^2 - 29^2$　　(3) $493^2 - 7^2$

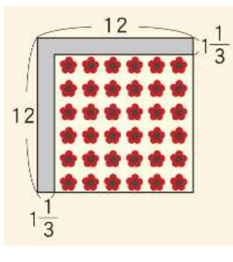
例 3.4：佳菁做教室布置，在紙上畫了兩個半徑分別為 45 公分和 25 公分的圓，如右圖。若將兩個圓之間的區域貼上亮片，那麼貼亮片的區域面積為多少平方公分？(Hint：圓面積＝$\pi\times$ 半徑^2)



Ex3.4：瑩芳在邊長 8 公分的正方形桌墊外加了一條寬為 $\frac{3}{4}$ 公分的 L 型拼布，如右圖。則加了拼布後的桌墊面積為多少平方公分？

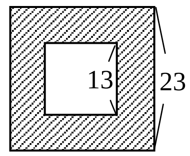


Ex3.41：如右圖，阿力有一塊邊長為 12 公尺的正方形花圃，它規劃在花圃內部開闢一條寬為 $1\frac{1}{3}$ 公尺的 L 行道路，則剩餘的花圃面積是多少平方公尺？



例 3.5：有一張大正方形紙片，若從一個角落剪去一個小正方形，剩餘的部分經分割後，可以重新組合成一個長為 7cm、寬為 3cm 的長方形，那麼大小正方形的邊長分別是多少？

Ex3.5：如右圖，兩個正方形的邊長分別是 23 公分和 13 公分，則虛線部分的面積為多少平方公分？



例 3.6：(1)若 $a+b=6$，且 $a^2+b^2=20$，試求 $ab=$？
(2)若 $a-b=10$，且 $ab=5$，試求 $a^2+b^2=$？
(3)若 $(a+b)^2=6$，$(a-b)^2=3$，試求 $ab=$？

Ex3.6：(1)若 $a+b=5$，$ab=1$，試求 $2a^2-2ab+2b^2=$？
(2)已知 $(x+2y)^2=\frac{9}{4}$，$xy=\frac{1}{4}$，試求 x^2+4y^2 與 $(x-2y)^2$ 的值