

Ch 4.1 認識函數

重點 1：函數(function)

定義：對於給定的每一個 x 值，都恰有一個 y 值與它對應，就稱「 y 是 x 的函數」

註：一個 x 值，恰對應一個 y 值，即 1 對 1 的對應，稱為函數

例 1.1：以 2016 年(閏年)為例，一年 12 個月中，若月分用 x 表示，當月的天數用 y 表示，試將 x 、 y 的變化情形以(1)、(2)分別來呈現，則：

(1)根據給定月分 x 值，在空格內填入對應的天數 y 值，完成下表

觀察：1 個 x 值，是否恰有一個 y 值與它對應？答：_____

結論：天數 y 是否為月分 x 的函數？答：_____

月分 x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
天數 y												

(2)根據給定的天數 y 值，在空格內填入對應的月分 x 值，完成下表

觀察：1 個 y 值，是否恰有一個 x 值與它對應？答：_____

結論：月分 x 是否為天數 y 的函數？答：_____

天數 y	29	30					31					
月分 x												

Ex1.1：已知七年 5 班有 20 位學生，在某次數學測驗後，老師將學生的座號與成績整理如下表：

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
成績	85	75	90	80	50	60	60	75	70	55
座號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
成績	90	70	75	65	65	95	100	60	45	85

(1)觀察：1 個座號，是否恰有一個成績與它對應？答：_____

結論：成績是否為座號的函數？答：_____

(2)觀察：1 個成績，是否恰有一個座號與它對應？答：_____

結論：座號是否為成績的函數？答：_____

Ex1.12：右表是某年某月的月曆，若以 x 表示「日期」、 y 表示 x 日的「星期幾」，
例如：10 日是星期六，此時 x 表示 10 日、 y 表示星期六。

(1)1 個日期 x ，是否恰有 1 個星期 y 對應？答：_____

則星期是否為日期的函數？答：_____

(2)1 個星期 y ，是否恰有 1 個日期 x 對應？答：_____

則日期是否為星期的函數？答：_____

一	二	三	四	五	六	日
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

例 1.2：小翊以每小時 60 公里的固定速率開車在路上行駛，若行駛時間為 x 小時、行駛距離為 y 公里，將 x 、 y 的變化情形以下表來呈現，則：

行駛時間 x (hr)	0.5	1	1.5	2	...	x
行駛距離 y (km)					...	

- (1) 根據給定的 x 值，在空格內填入對應的 y 值，完成上表
- (2) 變數 x 、 y 的關係式為_____ (利用：距離 = 速率 \times 時間)
- (3) 對於給定的每一個 x 值，是否都恰有一個對應的 y 值？答：_____

 \Rightarrow 行駛距離 y 是否為行駛時間 x 的函數？答：_____

Ex1.2：小妍從家裡出發開車到 360 公里遠的外婆家，若行駛速率為每小時 x 公里、行駛時間為 y 小時，將 x 、 y 的變化情形以下表來呈現，則：

行駛速率 x (km/hr)	40	60	80	90	...	x
行駛時間 y (hr)					...	

- (1) 根據給定的 x 值，在空格內填入對應的 y 值，完成上表
- (2) 變數 x 、 y 的關係式為_____ (利用：時間 = $\frac{\text{距離}}{\text{速率}}$)
- (3) 對於給定的每一個 x 值，是否都恰有一個對應的 y 值？答：_____

 \Rightarrow 行駛時間 y 是否為行駛速率 x 的函數？答：_____

Ex1.22：哥哥比弟弟大 3 歲，如果以 x 代表弟弟的年齡，以 y 代表哥哥的年齡，則可列出關係式為 $y = x + 3$

- (1) 若 $x = 18$ ，則對應的 y 值 = _____
- (2) 若哥哥今年 14 歲，則弟弟今年 _____ 歲
- (3) 對於給定的每一個 x 值，是否都恰有一個對應的 y 值？答：_____

重點 2：函數與正比、反比關係

1. 函數的對應關係：在兩變數 x, y 的對應關係中：

(1) 若 x 對應到 y 是「一對一」或「多對一」，則 y 是 x 的函數

(2) 若 x 對應到 y 是「一對多」或「一對無」，則 y 不是 x 的函數

(3) 若 x 與 y 為**正比**或**反比**關係時，則 y 為 x 的函數且 x 為 y 的函數

2. 常數函數：方程式 $y=k$, k 常數，稱為常數函數。滿足給定一個 x 值，都恰有一個 y 值與它對應

所以關係式 $y=k$ 表示 y 是 x 的函數

3. 一次函數：

二元一次方程式 $y=ax+b$, a, b 為常數，且 $a \neq 0$ ，滿足給定一個 x 值，都恰有一個 y 值與它對應，所以關係式 $y=ax+b$ 表示 y 是 x 的函數，也稱 y 是 x 的一次函數

例 2.1：攝氏度數和華氏度數的關係為：華氏度數 $= \frac{9}{5} \times$ 攝氏度數 $+ 32^\circ$ ，如果以 x 代表攝氏度數、

y 代表華氏度數，那麼 y 是 x 的函數嗎？

解：根據題意，可列出關係式為_____，試完成下表：

攝氏度數 x ($^\circ\text{C}$)	-40	-20	0	50	100	...
華氏度數 y ($^\circ\text{F}$)						...

由上表得知，給定一個攝氏度數 x ，是否都恰有一個對應的 y 值？答：_____

華氏度數 y 是否為攝氏度數 x 的函數？答：_____

Ex2.1：取一條長 100 公分的繩子，要剪成兩段，若其中一段長 x 公分，另一段長 y 公分，則 y 是 x 的函數嗎？

解：根據題意，得知 y 與 x 關係式為_____

\Rightarrow 給定一個 x 值，是否都恰有一個對應的 y 值？答：_____

$\Rightarrow y$ 是 x 的函數嗎？答：_____

Ex2.12：若正方形的邊長為 x 公分，周長為 y 公分，且其關係式為 $y=4x$ ，則：

(1) 當 $x=7$ 時，則對應的 y 值 = _____ 公分

(2) 若正方形的邊長為 12 公分，則其周長為 _____ 公分

(3) y 是否為 x 的函數？答：_____

Ex2.13：試判斷下列各題中， y 是否為 x 的函數？

- (1) 一個正三角形，邊長為 x 公分，周長為 y 公分。答：_____
- (2) 小華有 1000 元，買書花掉 x 元，剩下 y 元。答：_____
- (3) 一內角為 70° 的三角形，另外兩個內角分別為 x° 、 y° 。答：_____

例 2.2：小恩使用某家電信公司的網路，月繳 800 元可以不限時數上網，若以 x 表示每月小恩上網的時間(分)，以 y 表示小恩該月應繳的上網費用，則：

(1) 根據給定的 x 值，在下表的空格內填入對應的 y 值：

上網時間 x (分)	20	50	250	500	1000	...
應繳費用 y (元)						...

- (2) 由上表得關係式為_____
- 故 y 是否為 x 的函數？答：_____

Ex2.2：珍饗餐廳推出「299 吃到飽」的促銷活動，活動期間每人一律 299 元(需另付一成服務費)，若以 x 表示小靖所吃的量、 y 表示小靖所需支付的價格，則 y 是 x 的函數嗎？並說明理由。(服務費以四捨五入取至整數位)

解：關係式為_____

故 y 是否為 x 的函數？答：_____

Ex2.22：試判斷下列各題中， y 是否為 x 的函數？

- (1) 蘋果一顆 15 元，媽媽買了 x 顆，花了 y 元。答：_____
- (2) 小妍跑步的平均速率是每秒 x 公尺，跑完 200 公尺的距離花了 y 秒。答：_____
- (3) 面積為 60 平方公分的長方形，長為 x 公分，寬為 y 公分。答：_____

例 2.3：已知七年 2 班有 10 位學生，在某次數學測驗後，學生的測驗成績登記表如下：

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
成績	85	60	90	60	75	75	70	70	85	80

假設成績用 x 表示， x 分所對應的座號用 y 表示，則：

(1) 根據給定的 x 值，在空格內填入對應的 y 值，完成下表

成績 x	60	70	75	80	85	90
座號 y						

(2) y 是否為 x 的函數？答：_____

Ex2.3：已知七年 3 班有 5 位學生的數學成績如下表，以 x 表示分數， y 表是座號：

座號 y (號)	1	2	3	4	5
成績 x (分)	60	70	70	80	90

則 y 是否為 x 的函數？答：_____

重點 3：函數值

1. 定義：如果 y 是 x 的函數，則給定一個 x 值，都恰有一個 y 值與它對應，而這個 y 值就稱為此函數在這個 x 值的**函數值**

註：變數 x 必須在函數 y 有意義的範圍內，**函數值**才可計算

2. 函數值：設函數 $y=f(x)$ ，則 $f(a)$ 表示 $x=a$ 時所對應的函數值。

註：(1) $f(x)$ 讀作「 f of x 」，而 $y=f(x)=2x+3$ ，可縮寫為 $f(x)=2x+3$

(2) 也可以使用文字 g 、 h 、……等來表示一個函數。

例 3.1：(1) 設函數 $f(x)=2x+3$ ，則 $f(5)=$ _____

(2) 若 x 表示月分， y 為 x 月的天數，以 $f(x)=y$ 表示，試求 $f(3)$ 與 $f(13)$

Ex3.1：(1)設函數 $y = \frac{9}{5}x + 32$ ，求在 $x = 10$ 時的函數值 = _____

(2)已知 y 是 x 的常數函數，且關係式為 $y = 850$ ，當 $x = 10$ 、 100 、 1000 時，則其函數值分別為多少？

Ex3.12：設函數 $y = -2x + 5$ ，則：

(1)求 y 在 $x = 0$ 時的函數值 = _____

(2)求 y 在 $x = -4$ 時的函數值 = _____

例 3.2：若函數 $y = 2x + 3$ 與 $y = 4x - 7$ 在 $x = a$ 時的函數值相等，則 a 為多少？

Ex3.2：若函數 $y = \frac{x-3}{2}$ 與 $y = \frac{3x+5}{2}$ 在 $x = a$ 時的函數值相等，則 a 為多少？

Ex3.22：設函數 $y = -2x - 4$ ，若當 $x = a$ 時的函數值 $y = 2$ ，試求 a 為多少？

Ex3.23：若函數 $y = 6x + 4$ 與 $y = ax + 7$ 在 $x = 3$ 時的函數值相等，則 a 為多少？

Ex3.24：若函數 $y = 4x - 3$ 與 $y = 5x + 7$ 在 $x = a$ 時的函數值相等，則 a 為多少？

例 3.3：某地區自來水管因地震破裂，導致每分鐘漏水 30 公升，若以 x 表示漏水的時間(小時)、 y 表示 x 小時漏水的數量(公升)，設 $y=f(x)$ ，則：

(1)以 x 列出 $f(x)$ 的關係式為_____。 (2)求 $f(\frac{1}{2})=$ ____與 $f(2)=$ ____

Ex3.3：已知一長方形的長為 x 公分、寬為 y 公分，且周長為 24 公分。設 $y=f(x)$ ，則：

(1)以 x 列出 $f(x)$ 的關係式為_____。 (2)求 $f(2)=$ ____與 $f(8)=$ ____

Ex3.32：若一長方形的長為 x 公分、寬為 y 公分，且面積為 24 平方公分。設 $y=f(x)$ ，則：

(1)以 x 列出 $f(x)$ 的關係式為_____。 (2)求 $f(4)=$ _____

Ex3.33：若一圓的半徑為 x 公分、面積為 y 平方公分。設 $y=f(x)$ ，則：

(1)以 x 列出 $f(x)$ 的關係式為_____。 (2)求 $f(5)=$ _____