

Ch 3.2 一元一次方程式

重點 1：一元一次方程式

意義：含有未知數的等式稱為方程式，一個方程式經過化簡後，只含一種未知數(一元)，且未知數的次數是 1(一次)的等式，稱為一元一次方程式。

如： $4x-5=17$ 、 $2y+8=0$ 、 \dots 等都是一元一次方程式。

註：一元一次方程式滿足條件：(1)含有等號、(2)只含一種未知數、(3)未知數的次數是 1

例 1.1：依照文字敘述列出適當的一元一次方程式：

文字敘述	一元一次方程式
比 x 大 5 的數是 -9	
y 小 3 的數是 17	
x 的 $\frac{2}{3}$ 倍是 11	
把 a 分成 3 等分，每一份都等於 7	
比 c 的 2 倍多 10 的數是 6	
-5 是比 x 的 $\frac{2}{3}$ 倍小 4 的數	

Ex1.1：依照文字敘述列出適當的一元一次方程式：

文字敘述	一元一次方程式
15 是比 a 大 3 的數	
x 小 6 的數是 27	
x 的 $\frac{3}{4}$ 倍少 2 是 13	
把 x 分成 3 等分，每一份都等於 $\frac{5}{2}$	
比 y 的 $\frac{7}{3}$ 倍多 15 的數是 -8	
比 x 的 $\frac{7}{5}$ 倍大 12 的數是 23	

例 1.2：媽媽買了 6 盒牛奶，每盒都是 x 元，另外又買了 120 元的麵包，結帳時總共付了 1560 元，則依題意可列出一元一次方程式為何？

解：每盒牛奶都是 x 元， \Rightarrow 6 盒牛奶共_____元
又買了 120 元的麵包， \Rightarrow 總共是_____元
結帳時總共付了 1560 元， \Rightarrow
解出 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， \Rightarrow 得知每盒牛奶是_____元

Ex1.2：書萍今年 y 歲，爸爸今年的年齡比書萍年齡的 2 倍多 5 歲，則：

- (1) 爸爸今年_____歲。(以 y 列式)
- (2) 假設爸爸今年 35 歲，則依題意可列出一元一次方程式為_____。
- (3) 求出 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ， \Rightarrow 得知爸爸今年_____歲

重點 2：一元一次方程式解的意義

1. 方程式的解：

將某數值代入方程式中的代數符號所得的值，若能使方程式的等號兩邊相等的數值，稱為此方程式的解

2. 解方程式：求出方程式中未知數(代數符號)所代表的數的過程，稱為解方程式。

例 2.1：試將 $x=3$ 代入 $3x+5=14$ 中，說明 $x=3$ 是否為方程式 $3x+5=14$ 的解？

Ex2.1：檢驗看看， -2 、 8 、 11 三數中，哪一個是方程式 $-2x+3=-19$ 的解？

重點 3：解一元一次方程式

1.等量公理：在等號的兩邊同加、減、乘、除以一個數(除數不可為 0)，則等號的兩邊仍會維持相等，稱為等量(加、減、乘、除法)公理。

即若 $a=b$ ，則(1) $a+c=b+c$ ，(2) $a-c=b-c$ ，(3) $a\times c=b\times c$ ，(4) $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ ($c\neq 0$)

註：兩邊同減一數，等於加上此數的相反數；兩邊同除一數(不為 0)，等於乘上此數的倒數

2.移項法則：把某數移到等號的另一邊，且加變減、減變加、乘變除、除變乘的一種解方程式的方法，稱為移項法則

(1)加號移項變成減號；(2)減號移項變成加號；(3)乘號移項變成除號；(4)除號移項變成乘號

例 3.1：解一元一次方程式 $x-7=15$ 並驗算。

Ex3.1：解下列各一元一次方程式：

(1) $x-5=-5$

(2) $-4+x=5$

例 3.2：解一元一次方程式 $23=x+17$ 並驗算。

Ex3.2：解下列各一元一次方程式：

(1) $-18=x+2$

(2) $x+13=22$

例 3.3：解一元一次方程式 $\frac{x}{7}=-3$ 並驗算。

Ex3.3：解下列各一元一次方程式：

$$(1) \frac{x}{9} = 5$$

$$(2) \frac{x}{-8} = -6$$

$$(3) \frac{x}{4} = -2$$

例 3.3：解一元一次方程式 $x \times 3 = 12$

Ex3.3：解下列各一元一次方程式：

$$(1) 8x = -48$$

$$(2) -3x = 21$$

$$(3) -2x = -\frac{3}{4}$$

例 3.4：解下列各一元一次方程式：

$$(1) 5x = 2x + 6$$

$$(2) 4x + 5 = 7x + 17$$

Ex 3.4：解下列各一元一次方程式：

$$(1) 2x = 3x - 8$$

$$(2) -6x = 3x + 9$$

$$(3) 8x - 5 = 6x - 7$$

$$(4) 19 - 6x = -3x + 10$$

例 3.5：解下列各一元一次方程式：

$$(1) 4(x-1)=4-3(x-2)$$

$$(2) -2(2x-1)=-x+5$$

Ex 3.5：解下列各一元一次方程式：

$$(1) 5x-4=-1-(x+3)$$

$$(2) 3(-2x-1)=2x+5$$

例 3.6：解一元一次方程式 $3[2(1-x)+4x]=8$

Ex3.6：解下列一元一次方程式：

$$(1) -2[3(x-2)-2x]=4$$

$$(2) 3[2(1-x)+4x]=8$$

$$(3) 8x-3[-2x-(1-x)]=2(x+6)$$

$$(4) -13-5[-3x-(4-2x)]=2(x-7)$$

例 3.7：解下列各一元一次方程式：

$$(1) \frac{1}{3}x = \frac{7}{6} - \frac{1}{4}x$$

$$(2) \frac{7x}{5} - \frac{4x-5}{3} = 1$$

Ex3.7：解下列各一元一次方程式：

$$(1) \frac{x}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - x$$

$$(2) \frac{x-3}{2} = \frac{x+5}{3} - 2$$