

## Ch 2.4 分數的乘除與四則運算

**重點 1：分數的乘法運算**

乘法運算規則：

1. 當幾個真分數或假分數相乘時，只要將它們的分子相乘當作新分子，它們的分母相乘當作新分母，

所得到的新分數就是它們的乘積，再將其化為最簡分數，即  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

2. 乘法符號運算規則：

(1) 同號的兩分數相乘，其結果為「正」，即  $++$  得  $+$ ； $--$  得  $+$

異號的兩分數相乘，其結果為「負」，即  $+-$  得  $-$ ； $-+$  得  $-$

(2) **偶數**個負數相乘時，其乘積為**正數**；**奇數**個負數相乘時，其乘積為**負數**

3. 若有帶分數相乘，則先化成假分數，再做乘法運算

4. 乘法運算性質：設  $a, b, c$  為分數，則：

(1) 乘法交換律： $a \times b = b \times a$

(2) 乘法結合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

例 1.1：計算下列各式的值：

$$(1) \left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{4}$$

$$(2) \frac{3}{7} \times \left(-\frac{14}{15}\right)$$

$$(3) \left(-\frac{5}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)$$

Ex1.1：計算下列各式的值：

$$(1) \frac{8}{21} \times \left(-\frac{7}{4}\right)$$

$$(2) \left(-\frac{16}{9}\right) \times \left(-\frac{27}{28}\right)$$

$$(3) \frac{-9}{5} \times \frac{4}{-7}$$

例 1.2：計算下列各式的值：

$$(1) \frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2}$$

$$(2) \frac{1}{-3} \times 2\frac{1}{2}$$

## ◎結合律

例 1.3：計算  $\frac{22}{9} \times [(-\frac{3}{11}) \times \frac{15}{4}]$  的值

Ex1.3：計算  $[\frac{9}{2} \times (-\frac{14}{39})] \times (-\frac{13}{7})$  的值

## ◎分數連乘

例 1.4：計算下列各式的值：

$$(1) (-2\frac{1}{3}) \times (-\frac{5}{12}) \times (-1\frac{1}{5})$$

$$(2) (\frac{-2}{3}) \times (\frac{-2}{3}) \times (\frac{-2}{3}) \times (\frac{-2}{3})$$

Ex1.4：計算下列各式的值：

$$(1) (-2\frac{2}{3}) \times \frac{1}{6} \times (-1\frac{4}{5})$$

$$(2) 7 \text{ 個 } (-\frac{1}{2}) \text{ 連乘}$$

**重點 2：倒數**

1. 意義：將一個不為 0 的真分數或假分數的分子和分母對調，所得到新的分數稱為原分數的倒數，也稱這兩個分數互為倒數

2. 性質：

(1) 0 沒有倒數（由於分數的分母不能為 0）

(2) 互為倒數的兩個數相乘，其乘積為 1。即  $\frac{b}{a} \times \frac{a}{b} = 1$

(3) 帶分數先化為假分數後，再求其倒數

例 2.1：試求下列各數之倒數：

(1)  $\frac{2}{3}$

(2)  $4\frac{1}{3}$

(3)  $-\frac{3}{7}$

(4)  $-2$

(5)  $1$

Ex2.1：寫出下列各數的倒數：

(1)  $-\frac{4}{7}$

(2)  $-2\frac{3}{4}$

(3)  $-1$

(4)  $\frac{-5}{8}$

### 重點 3：分數的除法運算

1. 分數的除法規則：

(1) 除以一不為 0 的分數，就等於乘以這個分數的倒數

(2) 如果有除以帶分數，則要先化帶分數為假分數再做運算

2. 除法運算性質：

(1) 除法的符號運算規則，與整數除法的符號運算規則相同，

即 ++ 得 +；+- 得 -；-+ 得 -；-- 得 +

(2) **同號**的兩分數相除，其結果為「正」，即 ++ 得 +；-- 得 +

**異號**的兩分數相除，其結果為「負」，即 +- 得 -；-+ 得 -

例 3.1：計算下列各式的值：

(1)  $\frac{3}{5} \div 2\frac{1}{2}$

(2)  $(-\frac{9}{5}) \div (-\frac{4}{7})$

(3)  $\frac{5}{6} \div (-3\frac{1}{3})$

(4)  $(-\frac{9}{8}) \div (-\frac{3}{4}) \div \frac{1}{3}$

Ex3.1：計算下列各式的值：

(1)  $\frac{3}{-5} \div 2\frac{1}{2}$

(2)  $(-\frac{2}{3}) \div 1\frac{3}{5}$

(3)  $(-\frac{3}{4}) \div (-1\frac{1}{6}) \div (-\frac{9}{4})$

**重點 4：底數為分數的指數律**

1. 分數的乘方：已知  $a$ 、 $b$  為整數，若  $\frac{b}{a}$  為一個分數 ( $a \neq 0$ )， $n$  是正整數，則  $(\frac{b}{a})^n = \frac{b^n}{a^n}$

2. 底數為分數的指數律：

設底數  $a$ 、 $b$  都是分數， $m$ 、 $n$  為正整數或 0 ( $m > n$ )，則：

$$(1) a^m \times a^n = a^{m+n} \quad (2) a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (3) (a^m)^n = a^{m \times n} \quad (4) a^m \times b^m = (ab)^m$$

例 4.1：在下列  $\square$  中填入適當的數：

$$(1) \left(\frac{7}{9}\right)^5 = \frac{7^{\square}}{9^{\square}} \quad (2) \left(\frac{-1}{2}\right)^3 = \frac{(-1)^{\square}}{2^{\square}}$$

Ex4.1：在下列  $\square$  中填入適當的數：

$$(1) \left(\frac{2}{-3}\right)^4 = \frac{2^{\square}}{-3^{\square}} \quad (2) \left(\frac{-5}{3}\right)^3 = \frac{(-5)^{\square}}{3^{\square}}$$

例 4.2：在下列  $\square$  中填入適當的數：

$$(1) \left(-\frac{4}{3}\right)^3 \times \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \left(-\frac{4}{3}\right)^{\square} \quad (2) \left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2\right]^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^{\square}$$

$$(3) \left[\left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{7}{5}\right]^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^{\square} \times \left(\frac{7}{5}\right)^{\square}$$

Ex4.2：在下列  $\square$  中填入適當的數：

$$(1) \left(\frac{1}{3}\right)^6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{\square} \quad (2) \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^3\right]^3 = \left(-\frac{2}{5}\right)^{\square} \quad (3) \left[\left(-\frac{7}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{11}\right)\right]^2 = \left(-\frac{7}{3}\right)^{\square} \times \left(-\frac{5}{11}\right)^{\square}$$

例 4.3：在下列□中填入適當的數：

$$(1) \left(\frac{6}{5}\right)^4 \div \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \left(\frac{6}{5}\right)^{\square} \quad (2) \left(-\frac{3}{4}\right)^5 \div \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right)^{\square}$$

Ex4.3：在下列□中填入適當的數：

$$(1) \left(\frac{5}{3}\right)^7 \div \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^{\square} \quad (2) \left(-\frac{2}{7}\right)^6 \div \left(-\frac{2}{7}\right)^3 = \left(-\frac{2}{7}\right)^{\square}$$

例 4.4：計算下列各式之值：

$$(1) \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \quad (2) 6 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \div \frac{8}{3} + (-2)^2$$

Ex4.4：計算下列各式之值：

$$(1) \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 \quad (2) \left[1 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}\right] \times \frac{2^3}{11}$$

### 重點 5：分數乘方的比較大小

1. 乘上一個數的性質：對於一個正數  $a$ ，則：

- (1) 若  $a$  乘上一個大於 1 的數，則乘積會大於正數  $a$
- (2) 若  $a$  乘上一個小於 1 的正數，則乘積會小於原來正數  $a$

2. 乘方的比較大小：對於任何一個正數  $a$  及正整數  $n$ ，則：

- (1) 當  $a < 1$  時， $a^n < 1$ ，且  $n$  的值愈大， $a^n$  的值愈小
- (2) 當  $a > 1$  時， $a^n > 1$ ，且  $n$  的值愈大， $a^n$  的值愈大

例 5.1：比較下列各組數的大小：

$$(1) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \text{ 與 } \left(\frac{2}{3}\right)^3 \quad (2) (1.2)^2 \text{ 與 } (1.2)^3$$

Ex5.1：比較下列各組數的大小：

$$(2) (0.5)^4 \text{ 與 } (0.5)^5$$

$$(1) \left(\frac{4}{3}\right)^3 \text{ 與 } \left(\frac{4}{3}\right)^4$$

例 5.2：比較下列各組數的大小：

$$(1) \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \text{ 與 } \left(\frac{2}{3}\right)^{20}$$

$$(2) (1.2)^{10} \text{ 與 } (1.2)^{20}$$

Ex5.2：比較下列各組數的大小：

$$(1) (1.01)^{10} \text{ 與 } (1.01)^{20}$$

$$(2) (0.99)^{10} \text{ 與 } (0.99)^{20}$$

$$(3) (1.01)^{10} \text{ 與 } (0.99)^{30}$$

### 重點 6：數的四則運算

數的運算規則：

(1) 若只有加減或只有乘除運算時，通常由左而右計算

(2) 若同時有加、減、乘、除運算時，要先做乘除再做加減

(3) 若有括號時，括號內的運算必須先算，或利用去括號規則去括號後再算

(4) 若算式中有絕對值，應優先計算絕對值內的值，再做其他的運算

(5) 當算式中有乘方時，要先算出乘方的值，再做其他計算

(6) 分數的乘法對加減法也有分配律

⇒ 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為分數，則  $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

例 6.1：計算下列各式的值：

$$(1) \frac{3}{4} \times \left(-1\frac{1}{2}\right) \div 2\frac{1}{4}$$

$$(2) 2\frac{2}{3} \div (-0.6) \times \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{2}{3}$$

Ex6.1：計算下列各式的值：

$$(1) \left(-\frac{1}{12}\right) \times 4\frac{2}{3} \div 1\frac{5}{9}$$

$$(2) \frac{4}{7} \times 0.25 \div \left(-\frac{1}{7}\right) - \frac{1}{2}$$

例 6.2：計算下列各式的值：

$$(1) \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{2}\right) \div \left(-\frac{7}{4}\right)$$

$$(2) 1\frac{1}{9} \div \left(\left|\frac{1}{3} - 1.4\right|\right)$$

Ex6.2：計算下列各式的值：

$$(1) \frac{7}{2} - \frac{4}{15} \div \left[\left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{2}{5}\right]$$

$$(2) 3 \times \left| -\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \div \frac{3}{8} \right|$$

例 6.3：計算 $\left(-\frac{4}{11}\right) \times \left(33 + \frac{11}{12}\right)$ 的值

Ex6.3：計算 $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left[(-3) + \frac{3}{8}\right]$ 的值

例 6.4：計算下列各式的值：

$$(1) 3\frac{9}{11} \times (-57) - 1\frac{9}{11} \times (-57)$$

$$(2) 9\frac{1}{5} \times 239 + 9\frac{1}{5} \times (-39)$$

Ex6.4：計算下列各式的值：

$$(1) 199\frac{3}{8} \times (-25) + 200\frac{5}{8} \times (-25)$$

$$(2) (-101\frac{3}{4}) \times \frac{2}{3} - (-1\frac{3}{4}) \times \frac{2}{3}$$

**重點 7：應用問題**

生活中分數之四則運算問題

例 7.1：一輛汽車以固定的速率開 220 公里需  $2\frac{2}{3}$  小時，若要提早  $\frac{5}{6}$  小時到達，則此輛汽車的速率應為每小時多少公里？

Ex7.1：有一瓶果汁，連瓶子共重 930 公克，喝了  $\frac{2}{3}$  瓶的果汁後，連瓶子共重 430 公克，求瓶子重多少公克？

例 7.2：一瓶汽水  $3\frac{3}{5}$  公升，每  $\frac{2}{3}$  公升裝一杯，最多可裝  $a$  杯，還剩  $b$  公升，則  $a+b=?$

Ex7.2：一桶水的容量是  $8\frac{4}{7}$  公升，倒了  $\frac{1}{3}$  後，再倒剩下的  $\frac{7}{10}$ ，則剩下多少公升？



例 7.3：有隻蝸牛想要爬上高  $3\frac{3}{4}$  公尺的樹，已知牠每天最多可以爬  $\frac{4}{5}$  公尺，則這隻蝸牛最少要花多少天的 時間才能爬上這棵樹？

Ex7.3：阿明最近迷上一本科幻小說，第一天讀了  $\frac{2}{7}$ ，第二天讀了  $\frac{3}{5}$ ，今天還剩 84 頁沒有讀，則阿明第二天 共讀了多少頁？

Ex7.4：有甲、乙兩個手錶，甲錶每天快  $\frac{1}{20}$  分鐘，乙錶每天慢  $\frac{1}{30}$  分鐘，將兩錶對準標準時間，則一個月(30 天)後，兩錶相差多少分鐘？

Ex7.5：有根竹竿直立在水池裡，竹竿全長的  $\frac{2}{9}$  在泥中，剩下的  $\frac{3}{4}$  在水中，露出水面的部分有  $\frac{7}{9}$  公尺，則竹竿全長為多少公尺？