

Ch 1.3 整數的乘除與四則運算

重點 1：整數的乘法運算

1. 乘法意義：

(正整數)乘以(正整數)：其乘積為「正整數」，數字是原來兩數的數字相乘， $\Rightarrow(+)\times(+)=(+)$

(正整數)乘以(負整數)，其乘積為「負整數」，數字是原來兩數的數字相乘， $\Rightarrow(+)\times(-)=(-)$

(負整數)乘以(正整數)，其乘積為「負整數」，數字是原來兩數的數字相乘， $\Rightarrow(-)\times(+)=(-)$

(負整數)乘以(負整數)，其乘積為「正整數」，數字是原來兩數的數字相乘， $\Rightarrow(-)\times(-)=(+)$

註：乘法運算時，先決定其乘積為「正」或「負」，再計算數值

2. 乘法運算性質：

(1)同號的兩整數相乘，其結果為正整數，即 $(+)\times(+)=(+)$ 、 $(-)\times(-)=(+)$

(2)異號的兩整數相乘，其結果為負整數，即 $(+)\times(-)=(-)$ 、 $(-)\times(+)=(-)$

(3)若 a 為任意整數，則 $a\times 0=0\times a=0$ (任何整數與 0 的乘積為 0)

(4)若 a 為任意整數，則 $a\times 1=1\times a=a$ (任何整數與 1 的乘積為自己本身)

(5)若 a 為任意整數，則 $a\times(-1)=(-1)\times a=-a$ (任何整數與 -1 的乘積等於這個數的相反數)

(6)連續「奇數」個不為 0 的負數整數相乘，其乘積為「負數」

連續「偶數」個不為 0 的負數整數相乘，其乘積為「正數」

3. 整數的乘法特性：

(1)乘法交換律：若 a 、 b 為整數，則 $a\times b=b\times a$ (兩個數相乘時，這兩個數可以調換順序)

(2)乘法結合律：若 a 、 b 、 c 為整數，則 $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

(三個數相乘時，前面兩個數先計算或是後面兩個數先計算，結果都是相同的)

例 1.1：計算下列各式的值：

(1) $8\times(-9)$

(2) $25\times(-4)$

(3) $(-9)\times 7$

(4) $(-6)\times 8$

Ex1.1：計算下列各式的值：

(1) $6\times(-7)$

(2) $12\times(-3)$

(3) $(-4)\times 2$

(4) $(-15)\times 6$

例 1.2：計算下列各式的值：

(1) $(-4)\times(-8)$

(2) $(-12)\times(-7)$

Ex1.2：計算下列各式的值：

(1) $(-8)\times(-7)$

(2) $(-11)\times(-9)$

例 1.3：驗證下列各組之值是否相等？

(1) $7 \times (-2)$ 與 $(-2) \times 7$

(2) $[(-5) \times 7] \times (-8)$ 與 $(-5) \times [7 \times (-8)]$

Ex1.3：驗證下列各組之值是否相等？

(1) $(-3) \times (-5)$ 與 $(-5) \times (-3)$

(2) $[2 \times (-7)] \times (-5)$ 與 $2 \times [(-5) \times (-7)]$

例 1.4：計算下列各式的值：

(1) $(-25) \times (-67) \times (-4)$

(2) $(-231) \times (-25) \times 8$

解：(1) -6700 ，(2) 46200

Ex1.4：計算 $(-125) \times 11 \times (-9) \times 8$ 的值。

重點 2：整數的除法運算

1. 除法意義：

(正整數)除以(正整數)：其結果為「正數」，數字是原來兩數的數字相除， $\Rightarrow (+) \div (+) = (+)$

(正整數)除以(負整數)：其結果為「負數」，數字是原來兩數的數字相除， $\Rightarrow (+) \div (-) = (-)$

(負整數)除以(正整數)：其結果為「負數」，數字是原來兩數的數字相除， $\Rightarrow (-) \div (+) = (-)$

(負整數)除以(負整數)：其結果為「正數」，數字是原來兩數的數字相除， $\Rightarrow (-) \div (-) = (+)$

註：除法運算時，先決定其結果為「正」或「負」，再計算數值

2. 除法運算性質：

(1) 同號的兩整數相除，其結果為正數，即 $(+) \div (+) = (+)$ 、 $(-) \div (-) = (+)$

(2) 異號的兩整數相除，其結果為負數，即 $(+) \div (-) = (-)$ 、 $(-) \div (+) = (-)$

(3) 若 a 是不為 0 的任意整數，則 $0 \div a = 0$ (0 除以任何不為 0 的整數，其結果為 0)

(4) 整數的除法**沒有**交換律與結合律

例 2.1：計算下列各式的值：

(1) $(-63) \div 7$

(2) $(-72) \div (-6)$

Ex2.1：計算下列各式的值：

$$(1)(-40) \div 4$$

$$(2) 18 \div (-9)$$

重點 3：整數的四則運算

運算法則：

- 1.若只有加減或只有乘除運算時，通常由左而右計算
- 2.若同時有加、減、乘、除運算時，要先做乘除再做加減
- 3.若有括號時，括號內的運算必須先算，或利用去括號規則去括號後再算
- 4.若算式中有絕對值，應優先計算絕對值內的值，再做其他的運算

例 3.1：計算下列各式的值：

$$(1)(-9) \times 2 \div (-6)$$

$$(2) 72 \div (-8) \times 5$$

$$(3) 7 + 4 \times (-3)$$

$$(4) 3 - 30 \div (-5)$$

解：(1)3，(2)-45，(3)-5，(4)9

Ex3.1：計算下列各式的值

$$(1)(-4) \times (-9) \div 3$$

$$(2) 12 \div (-4) \times (-5)$$

$$(3)(-7) - (-1) \times 8$$

$$(4)(-6) \times 12 + (-8)$$

例 3.2：計算下列各式的值：

$$(1)(-60) \div [(-7) \times 2 - 1]$$

$$(2)(-7) \times [16 - 7 \times (-2)]$$

解：(1)4，(2)-210

Ex3.2：計算下列各式的值：

$$(1)[(-20) + (-10)] \div (-5) \times 3$$

$$(2)-24 + 6 \times [(-8) - (-7)]$$

例 3.3：計算 $(-8) \times 6 + |(-5) \times 10 - 1|$ 的值。

解：3

Ex3.3：計算下列各式的值：

$$(1) |8 \times (-2) - 5| \div 7 \times (-3)$$

$$(2) |6 - 3 \times (-5)| + 25 \times (-4) \div 10$$

重點 4：分配律的運算

1. 乘法對加(減)法的分配律：若 a 、 b 、 c 為任意整數，則：

$$(1) c \times a + c \times b = c \times (a + b) \qquad c \times a - c \times b = c \times (a - b)$$

$$(2) a \times c + b \times c = (a + b) \times c \qquad a \times c - b \times c = (a - b) \times c$$

2. 性質：

$$(1) \text{若 } a \times b > 0, \text{ 且 } a + b > 0, \text{ 則 } a > 0, b > 0$$

$$(2) \text{若 } a \times b > 0, \text{ 且 } a + b < 0, \text{ 則 } a < 0, b < 0$$

$$(3) \text{若 } a \times b < 0, \text{ 且 } a - b > 0, \text{ 則 } a > 0, b < 0$$

$$(4) \text{若 } a \times b < 0, \text{ 且 } a - b < 0, \text{ 則 } a < 0, b > 0$$

例 4.1：計算下列各式的值：

$$(1) 83 \times (-5) + 17 \times (-5)$$

$$(2) 7 \times (-155) - 7 \times (-55)$$

解：(1) -500 ，(2) -700

Ex4.1：計算下列各式的值：

$$(1) (-16) \times 39 + (-16) \times 61$$

$$(2) 1009 \times (-31) - 9 \times (-31)$$

例 4.2：計算下列各式的值：

$$(1) 1002 \times (-195)$$

$$(2) (-273) \times 999$$

解：(1) -195390 ，(2) -272727

Ex4.2：計算下列各式的值：

$$(1) 198 \times (-18)$$

$$(2) (-55) \times 401$$

例 4.3：試判斷下列各組之值是否相等？

(1) $(-70) \div [(-7) + 2]$ 與 $(-70) \div (-7) + (-70) \div 2$

(2) $[(-20) + (-10)] \div (-5)$ 與 $(-20) \div (-5) + (-10) \div (-5)$

Ex4.3：下列何者的運算結果與其他三者不同？

(A) $(-36) \div (-3) \times 6$

(B) $36 \div (-3) \times (-6)$

(C) $36 \times 6 \div 3$

(D) $36 \div [(-3) \times (-6)]$

解：(D)

重點 5：自行定義運算規則

意義：利用整數的四則基本運算規則，自行定義運算規則，根據自訂規則計算式子之值

例 5.1：定義新的運算符號「 \odot 」的運算規則為： $a \odot b = a - |a - b| \times b$ ，試求下列各式之值：

(1) $1 \odot 2$

(2) $3 \odot (-2)$

(3) $(-5) \odot (-7)$

解：(1) -1

Ex5.1：若定義運算規則： $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array} = a \times d - b \times c + (a \times b) \div (c \times d)$ ，試求 $\begin{array}{|c|c|} \hline -8 & 6 \\ \hline 2 & -4 \\ \hline \end{array}$ 之值。

Ex5.12：設 a 、 b 兩個整數的運算符號為 $a \ast b = a - |a| \times b$ ，試求下列各式之值：

(1) $5 \ast 3$

(2) $(-36) \ast (-24)$

解：(1) -10，(2)