

Ch 1.3 獨立事件

三年____班 座號：____ 姓名：

重點 1：兩事件獨立(independent event)

1.意義：若事件 A 的機率不因事件 B 的發生與否而受到影響，則稱具有此特性的兩事件 A、B 為「獨立事件」

2.定義：當兩事件 A 與 B 滿足 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 時，稱 A 與 B 為「獨立事件(independent event)」，否則稱事件 A、B 為相關(或相依)(dependent event)事件。

3.獨立事件與互斥事件：

(1)若 A 與 B 為獨立事件，則 $P(B|A) = P(B)$ ， $P(A|B) = P(A)$

由條件機率的定義 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(B)$ ，得知 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

註：機率的乘法原理處理兩個事件 A、B 都發生的機率

(2)若 A 與 B 為互斥事件，則 $A \cap B = \emptyset$ ， $P(A \cap B) = 0$ ， $\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

註：機率的加法原理：互斥兩事件 A、B 中至少一個發生的機率，等於個別事件發生機率的和

◎兩獨立事件的定義檢驗

例 1.1：獨立地投擲一枚均勻的硬幣兩次，令 A 表第一次丟出正面的事件，B 表兩次出現同一面的事件，試問 A、B 兩事件是否獨立？

重點 2：兩獨立事件性質

性質：設 A 與 B 的餘事件分別為 A' 與 B'，若 A 與 B 為獨立事件，則：

(1) A' 與 B 為獨立事件

(2) A 與 B' 為獨立事件

(3) A' 與 B' 為獨立事件

註：排容原理：兩事件(集合)A、B，則 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 稱為排容原理

◎獨立事件之餘事件，亦為獨立事件

例 2.1：若 A 與 B 為獨立事件，且 $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ ，試求下列各事件的機率：

(1) $P(B)$

(2) $P(A \cap B)$

(3) $P(B'|A)$

重點 3：三事件獨立

1. 定義：對任意三事件 A, B, C ，當下列條件均成立時，稱三事件 A, B, C 獨立

$$(1) P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$(2) P(B \cap C) = P(B)P(C)$$

$$(3) P(A \cap C) = P(A)P(C)$$

$$(4) P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$$

註：三事件 A, B, C ，若只滿足 $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$ 時，無法推論三事件 A, B, C 獨立

2. 性質：

(1) 若三事件 A, B, C 獨立時，

則上述任一條件皆成立，而要計算獨立事件的機率，只要算出其對應的個別機率再相乘即可。

(2) 若三事件 A, B, C 為獨立事件時，則與其他事件的餘事件，亦為獨立事件

即若 A, B, C 為獨立事件，則① A, B, C' 、② A, B', C' 、③ A', B', C' 、...等，皆為獨立事件

◎三事件獨立

例 3.1：擲一個公正的骰子一次， A 表示出現點數為 6 的因數之事件， B 表示出現點數為 4 的因數之事件， C 表示出現點數為偶數的事件。則：

(1) $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$ 是否成立？

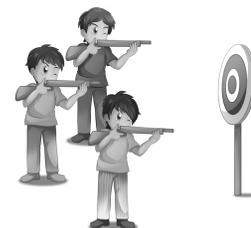
(2) A, B, C 三事件是否獨立？

例 3.2：盒中有 6 張大小相同的卡片，分別標示號碼 1, 2, 2, 3, 3, 3。今從中一次取出一張，取完都再放回，連取三次。
試求：(1) 連續三次都取出 1 的機率 (2) 三次的總和為 6 的機率

◎與餘事件也獨立

例 3.3：甲、乙、丙三人射擊的命中率分別為 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{2}{3}$ ， $\frac{4}{5}$ ，且三人命中靶面的事件均為獨立事件。

今三人同射一靶，每人各射一發，求靶面恰中一發的機率。



◎「雙向表」事件中的獨立與否

例 3.4：某公司有員工 124 人，其性別與國籍列表如下：

	本國	外國	和
男性	50	30	80
女性	20	24	44
和	70	54	124

(1)從中抽出一人，令 **A** 表此人是男性的事件，**B** 表此人是本國籍的事件，則 **A** 與 **B** 是否為獨立事件？

(2)公司人事部門覺得似乎本國女性員工人數過少，為達到性別與國籍獨立的目標，應再增聘幾名本國女性？