第 *1* 章　綜合演練

____年____月____日　得分

一、單選題

（ (D) ）1. 若 θ 為第三象限角，其中 $P(x,y)$ 為 θ 終邊上一點，O 為原點且 $\overline{OP}=3$，則下列何者可表示 P 點的 y 坐標？

(A) $\sin\theta$　(B) $\cos\theta$　(C) $3\sin(\theta-180°)$　(D) $3\sin\theta$　(E) $3\sin(180°+\theta)$

解 由圓上點的坐標可知 P 點的坐標為 $(x,y)=(3\cos\theta, 3\sin\theta)$

得 P 點的 y 坐標為 $3\sin\theta$

故選(D)

（ (D) ）2. 下列哪一個正切值最小？

(A) tan 70°　(B) tan 140°　(C) tan 210°　(D) tan 280°　(E) tan 350°

解 $\tan 140°=\tan(180°-40°)=-\tan 40°$

$\tan 210°=\tan(360°-150°)=-\tan 150°=\tan 30°$

$\tan 280°=\tan(360°-80°)=-\tan 80°$

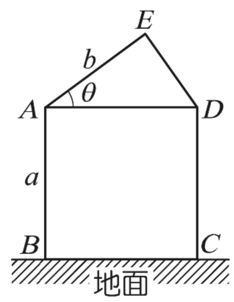
$\tan 350°=\tan(360°-10°)=-\tan 10°$

$\because -\tan 80°<-\tan 40°<-\tan 10°<\tan 30°<\tan 70°$

$\therefore \tan 280°<\tan 140°<\tan 350°<\tan 210°<\tan 70°$

故選(D)

（ (C) ）3. 一房屋的側面圖如右圖，若 $ABCD$ 為正方形且邊長為 a，$\overline{AE}=b$，$\angle EAD=\theta$，則屋頂 E 點離地面的高度可以表示為



(A) $a+b\cos\theta$　(B) $a-b\cos\theta$　(C) $a+b\sin\theta$

(D) $a-b\sin\theta$　(E) $a+b\tan\theta$

解 過 E 作 $\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 的垂線分別得垂足 F、G

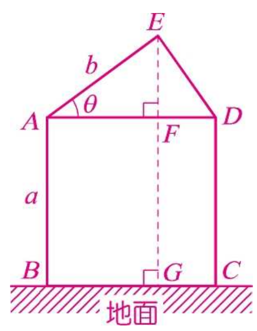
則 E 點離地面的高度為

$\overline{EG}=\overline{FG}+\overline{EF}$

$=\overline{FG}+\overline{AE}\sin\theta$

$=a+b\sin\theta$

故選(C)



二、多選題

（(C)(E)）4. 下列哪些是$-30°$ 的同界角？

(A) $30°$

(B) $150°$

(C) $330°$

(D) $-330°$

(E) $-750°$

解 (A) ×：$30°-(-30°)=60°$，不是 $360°$ 的整數倍

(B) ×：$150°-(-30°)=180°$，不是 $360°$ 的整數倍

(C) ◯：$330°-(-30°)=360°$，是 $360°$ 的整數倍

(D) ×：$-330°-(-30°)=-300°$，不是 $360°$ 的整數倍

(E) ◯：$-750°-(-30°)=-720°$，是 $360°$ 的整數倍

故選(C)(E)

（(A)(D)(C)）5. 下列大小關係哪些是正確的？

(A) $\sin 40°<\cos 40°$

(B) $\sin 50°<\cos 50°$

(C) $\sin 50°<\tan 50°$

(D) $\cos 50°<\tan 50°$

(E) $\cos 100°<\tan 100°$

解 (A) ◯：$\sin 40°<\sin 45°=\cos 45°<\cos 40°$

(B) ×：$\sin 50°>\sin 45°=\cos 45°>\cos 50°$

(C) ◯：$\sin 50°<1=\tan 45°<\tan 50°$

(D) ◯：$\cos 50°<1=\tan 45°<\tan 50°$

(E) ×：$\cos 100°=-\cos 80°>-1=-\tan 45°>-\tan 80°=\tan 100°$

故選(A)(C)(D)

三、填充題（每格 7 分，共 42 分）

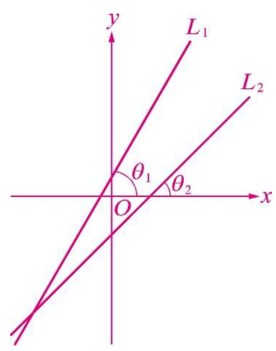
6. 已知直線 L_1：$y=\sqrt{3}x+1$，L_2：$y=x-2$，則直線 L_1 與 L_2 的銳夾角為__15°__。

解 設直線 L_1 與 L_2 的斜角分別為 θ_1、θ_2，如右圖

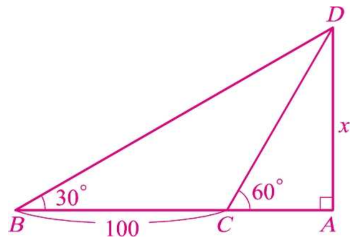
因為直線 L_1 與 L_2 的斜率分別為 $\sqrt{3}$、1

所以得 $\tan\theta_1=\sqrt{3}$，$\tan\theta_2=1$，則 $\theta_1=60°$，$\theta_2=45°$

因此直線 L_1 與 L_2 的銳夾角為 $\theta_1-\theta_2=15°$



7. 地面上有一點 A 的正上空 D 處有一靜止的氣球，某人在地面上點 B 處測得氣球的仰角為 30°，向點 A 方向前進 100 公尺到達點 C 後，測得此氣球在前方仰角 60° 處，則此氣球高度為 ___$50\sqrt{3}$___ 公尺



解 如右圖，設氣球高度 $\overline{AD}$ 為 x 公尺

直角△ACD 中，$\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}=\tan 60°$

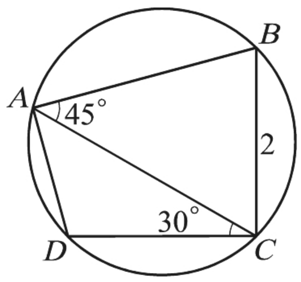
⇨ $\overline{AC}=\dfrac{\overline{AD}}{\tan 60°}=\dfrac{x}{\sqrt{3}}$

直角△ABD 中，$\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\tan 30°$

⇨ $\dfrac{x}{100+\dfrac{x}{\sqrt{3}}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ⇨ $\sqrt{3}\,x=100+\dfrac{x}{\sqrt{3}}$

⇨ $\left(\sqrt{3}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)x=100$ ⇨ $x=\dfrac{100}{\sqrt{3}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}=\dfrac{100\sqrt{3}}{3-1}=50\sqrt{3}$（公尺）

8. 如右圖，圓內接四邊形 $ABCD$ 中，$\angle BAC=45°$，$\angle ACD=30°$，$\overline{BC}=2$，則 $\overline{AD}=$ ___$\sqrt{2}$___ 。



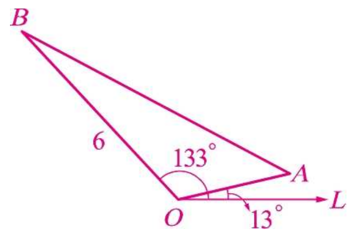
解 △ACD 與△ABC 的外接圓相同，令其半徑為 R

由正弦定理知 $\dfrac{\overline{AD}}{\sin\angle ACD}=2R$，$\dfrac{\overline{BC}}{\sin\angle BAC}=2R$

因此 $\dfrac{\overline{AD}}{\sin 30°}=\dfrac{2}{\sin 45°}$

故得 $\overline{AD}=\sin 30°\times\dfrac{2}{\sin 45°}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}=\sqrt{2}$

9. 在極坐標中，設 O 為極點，$A\,[3，13°]$，$B\,[6，133°]$，則△OAB 外接圓半徑為 $\underline{\sqrt{21}}$。



解 $\angle AOB = 133° - 13° = 120°$

$\overline{AB}^2 = 6^2 + 3^2 - 2\times6\times3\times\cos120°$

$= 36+9-2\times6\times3\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$= 36+9+18$

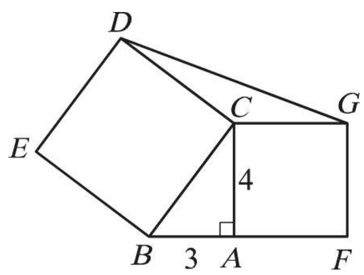
$= 63$

⇨ $\overline{AB} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$

由正弦定理知 $\dfrac{\overline{AB}}{\sin120°} = 2R$，其中 R 為△OAB 外接圓半徑

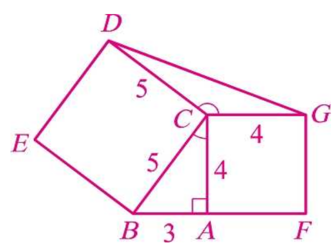
⇨ $R = \dfrac{\overline{AB}}{2\sin120°} = \dfrac{3\sqrt{7}}{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{3\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{21}$

10. 如右圖所示，在△ABC 中，已知 $\angle CAB = 90°$，$\overline{AB} = 3$，$\overline{AC} = 4$。今分別以 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AC}$ 為邊長往外作正方形 $BCDE$ 與正方形 $ACGF$，則：



(1) △CDG 面積為 $\underline{\ 6\ }$。

(2) $\overline{DG}$ 的長度為 $\underline{\sqrt{73}}$。



解 (1) $\overline{CD} = \overline{BC} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$

$\overline{CG} = \overline{AG} = 4$

$\sin\angle DCG = \sin(180° - \angle ACB) = \sin\angle ACB = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{3}{5}$

∴△CDG 面積為 $\dfrac{1}{2}\overline{CD}\times\overline{CG}\times\sin\angle DCG = \dfrac{1}{2}\times5\times4\times\dfrac{3}{5} = 6$

(2) $\cos\angle DCG = \cos(180° - \angle ACB) = -\cos\angle ACB = -\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = -\dfrac{4}{5}$

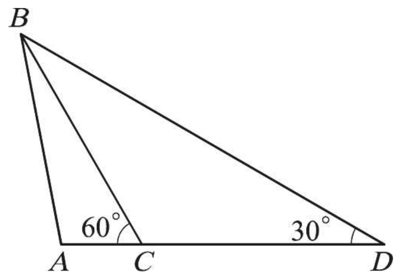
△CDG 中，$\overline{DG}^2 = 5^2+4^2-2\times5\times4\times\cos\angle DCG = 25+16-40\times\left(-\dfrac{4}{5}\right)$

$= 25+16+32 = 73$

故得 $\overline{DG} = \sqrt{73}$

四、計算題（每題 10 分，共 20 分）

11. 如右圖，A、B 兩點分別位於一河口的兩岸邊。某人在通往 A 點的筆直公路上，距離 A 點 50 公尺處的 C 點與距離 A 點 200 公尺處的 D 點分別測得 $\angle ACB=60°$，$\angle ADB=30°$，試求 A 與 B 的距離。



解 $\overline{AC}=50$，$\overline{AD}=200$，得 $\overline{CD}=200-50=150$

又 $\angle CBD=60°-30°=30°=\angle CDB$

可知 $\triangle BCD$ 為等腰三角形

所以 $\overline{BC}=\overline{CD}=150$

在 $\triangle ABC$ 中，由餘弦定理知

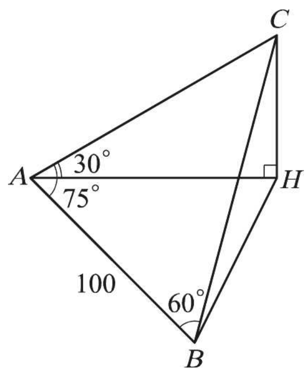
$$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2-2\overline{AC}\times\overline{BC}\times\cos 60°$$

$$=50^2+150^2-2\times 50\times 150\times\frac{1}{2}$$

$$=17500$$

因此 $\overline{AB}=\sqrt{17500}=50\sqrt{7}$（公尺）

12. 如右圖，從相距 100 公尺之兩點 A、B 觀測氣球 C，在點 A 測得 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 所成之角度為 75°，氣球的仰角為 30°；在點 B 測得 $\overline{BA}$、$\overline{BC}$ 所成之角度為 60°。試求氣球之高度 $\overline{CH}$。



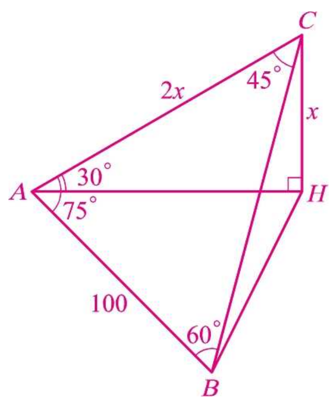
解 設 $\overline{CH}=x$ 公尺

因為 $\triangle ACH$ 為 $30°-60°-90°$ 的直角三角形

所以 $\overline{AC}=2x$

又 $\angle ACB=180°-75°-60°=45°$

由正弦定理可知，在 $\triangle ABC$ 中 $\dfrac{100}{\sin 45°}=\dfrac{2x}{\sin 60°}$



⇨ $x=\dfrac{100\sin 60°}{2\sin 45°}=\dfrac{100\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}}=\dfrac{50\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=25\sqrt{6}$

故氣球之高度為 $25\sqrt{6}$ 公尺