

第3章 綜合演練

月 日

得分

一、單選題

1. 調查某地區高一 1122 名學生每分鐘脈搏數如下表，則第 65 百分位數 (P_{65}) 為下列何者？

每分鐘脈搏數	70 (含) 以下	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81(含) 以上
人 數	167	74	81	88	85	92	95	88	75	69	53	155

- (A)75 (B)76 (C)77 (D)78 (E)79

解 由題目知，資料作累計人數表如下：

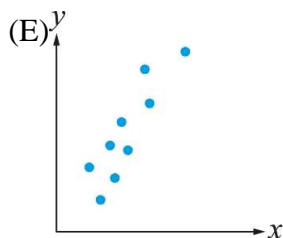
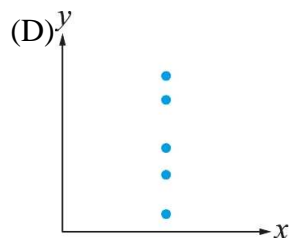
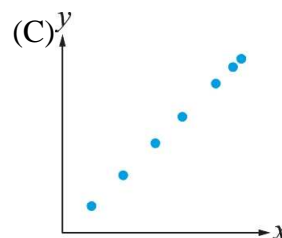
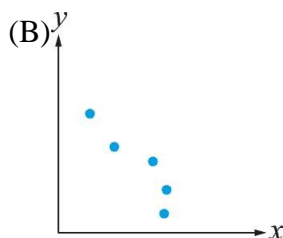
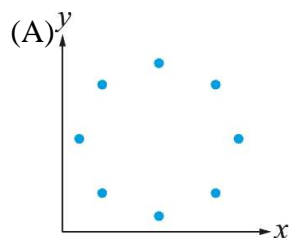
每分鐘脈搏數	70 (含) 以下	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81(含) 以上
人 數	167	74	81	88	85	92	95	88	75	69	53	155
累計人數	167	241	322	410	495	587	682	770	845	914	967	1122

$$1122 \times 0.65 = 729.3$$

故 P_{65} 即第 730 名學生的脈搏數，即為 77

故選(C)

2. 請就下列 5 個二維數據的散布圖中，選出相關係數最接近 1 的選項。



解 圖(A)與圖(D)為零相關，圖(B)的相關係數小於 0

圖(E)各點靠近最適直線的程度不如圖(C)

圖(C)的點幾乎在一條直線上，故選(C)

二、多選題：

3. 某校高一 760 名學生的數學段考成績算術平均為 50 分，標準差為 16 分，經全年級任課老師協調，決定以原始成績乘以 0.7 再加 30 分的方式調整。試就調整後的成績，選出正確的選項。
- (A)算術平均數變為 80 分
 (B)標準差變為 11.2 分
 (C)變異數不變
 (D)第 50 百分位數不變
 (E)最高分與最低分的差距變小

解 調整公式為 $y=0.7x+30$

- (A)×：新的算術平均數 $\mu'=0.7\times 50+30=65$ (分)
 (B)○：新的標準差 $\sigma=0.7\times 16=11.2$ (分)
 (C)×：標準差改變，變異數必改變
 (D)×：除了 100 分仍為 100 分以外，所有的分數都有變動
 (E)○：設 M 與 m 分別為原始分數的最高分與最低分，調整後分別為 M' 與 m'
 則 $M'-m'=(0.7M+30)-(0.7m+30)=0.7(M-m)<M-m$

故選(B)(E)

4. 某校高一段考數學成績的平均為 48 分，標準差為 12 分；物理成績的平均為 50 分，標準差為 8 分；計算兩科成績的相關係數為 0.75。如果將每名學生的數學成績直接加 12 分，物理成績乘以 0.8 再加 20 分，且調整後的分數都未超過 100 分。試就調整後的成績，選出正確選項。
- (A)調整後數學平均為 60 分
 (B)調整後數學標準差為 24 分
 (C)調整後物理平均為 40 分
 (D)調整後物理標準差為 6.4 分
 (E)調整後數學與物理的相關係數為 0.6

解 令數學成績調整公式為 $x'=x+12$ ，物理成績調整公式為 $y'=0.8y+20$

- (A)○：調整後數學平均為 $\mu_x'=48+12=60$ (分)
 (B)×：調整後數學標準差不變，即 $\sigma_x'=12$ (分)
 (C)×：調整後物理平均為 $\mu_y'=0.8\times 50+20=60$ (分)
 (D)○：調整後物理標準差為 $\sigma_y'=0.8\times 8=6.4$ (分)
 (E)×：∵數學調整公式與物理調整公式的伸縮係數都大於 0 (同號)
 ∴相關係數仍為 0.75

故選(A)(D)

三、填充題：

5. 為反映國際原油價格的漲跌，石油公司每週調整汽油價格。已知小雯固定每週三加油一次，過去五週的汽油價格分別是 30.1，30.4，30.3，29.8，28.4（單位：元／公升），小雯依序在這五週內分別加油 30，35，25，35，25（單位：公升）。試求：

- (1) 這五週的平均汽油價格為_____元／公升。
 (2) 小雯加油平均支出為_____元／公升。

解 (1) 汽油平均價格即為這五週汽油價格的算術平均數

$$\frac{1}{5} \times (30.1 + 30.4 + 30.3 + 29.8 + 28.4) = 29.8 \text{ (元／公升)}$$

(2) 平均支出即為這五週油價乘以加油數量的加權平均數

$$\frac{30.1 \times 30 + 30.4 \times 35 + 30.3 \times 25 + 29.8 \times 35 + 28.4 \times 25}{30 + 35 + 25 + 35 + 25} = \frac{4477.5}{150} = 29.85 \text{ (元／公升)}$$

6. 假設某校高一甲、乙、丙班各有學生 35、40、35 人。已知這次段考的數學成績，高一甲、乙班的平均分別是 66 分、63 分，則：

- (1) 甲、乙兩班平均為_____分。
 (2) 若甲、乙、丙三班平均為 63 分，則丙班平均為_____分。

解 (1) $\frac{60 \times 35 + 63 \times 40}{35 + 40} = \frac{4830}{75} = 64.4 \text{ (分)}$

(2) 令丙班平均成績為 x 分

$$\text{則 } \frac{66 \times 35 + 63 \times 40 + 35x}{35 + 40 + 35} = 63$$

$$\Rightarrow 4830 + 35x = 6930$$

$$\Rightarrow 35x = 2100, \text{ 得 } x = 60$$

故丙班平均為 60 分

7. 已知 1，3，5，7，9 的算術平均數為 5，標準差為 $2\sqrt{2}$ ，則 12，32，52，72，92 的算術平均數為_____，標準差為_____。

解 觀察已知條件，得 12，32，52，72，92 與 1，3，5，7，9 的關係為 $y = 10x + 2$
 故算術平均數為 $10 \times 5 + 2 = 52$ ，

$$\text{標準差為 } 10 \times 2\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$$

8. 某校高一第一次段考數學成績平均為 36 分，標準差為 8 分。已知小華得分為 64，是全年級最高分，則：

- (1) 將小華得分標準化，可得標準化數據為_____
- (2) 由於成績偏低，老師們決定將每位同學的原始分數標準化以後，將標準化數據 X 乘以 10 再加 60 的方式調整（即為 $Y=60+10X$ ）。若小明的原始分數為 16 分，則調整後的分數為_____分

解 (1) $\frac{64-36}{8} = \frac{28}{8} = 3.5$

- (2) 將小明的分數標準化可得 $\frac{16-36}{8} = -2.5$
故調整後分數為 $60+10 \times (-2.5) = 35$

9. 1897 年，美國物理學家多貝爾教授提出多貝爾定律，說明環境溫度（在某個範圍內）與某種蟋蟀叫聲頻率的關係。為了驗證這個定律，小雯以 x_i 表示當時的環境溫度（攝氏），以 y_i 表示叫聲頻率，記錄一組二維數據，並計算出平均數 $\mu_x=20$ ， $\mu_y=110$ ，標準差 $\sigma_x=7$ ， $\sigma_y=49$ ，相關係數 $r=0.95$ 。試求：

- (1) 當環境溫度為 28°C 時，可預估蟋蟀叫聲頻率為_____。（四捨五入取到整數位）
- (2) 如果將環境溫度 y_i ($^\circ\text{C}$) 改用華氏 y_i' ($^\circ\text{F}$) 表示，即 $y_i' = \frac{9}{5}y_i + 32$ ，則 x_i 與 y_i' 的相關係數 $r' =$ _____

解 (1) 最適直線方程式為 $y-110=0.95 \times \frac{49}{7}(x-20)$ ，即 $y=110+6.65(x-20)$

令 $x=28$ 代入上式，得 $y=110+6.65(28-20) = 163.2 \approx 163$

- (2) 可以看成這兩個變量分別以 $x_i'=x_i$ 與 $y_i' = \frac{9}{5}y_i + 32$ 做平移伸縮

由於伸縮係數 1 與 $\frac{9}{5}$ 同號（都大於 0），故相關係數仍為 0.95

10. 一組二維數據 (x_i, y_i) 的平均數 $\mu_x=12$ ， $\mu_y=17$ ，已知 x_i 的標準差 $\sigma_x=3$ ， x_i 與 y_i 的相關係數 $r=0.8$ ，且 y 對 x 的最適直線 L 通過點 $(6, 9)$ ，則：

- (1) 最適直線 L 的斜率 $m =$ _____
- (2) y_i 的標準差 $\sigma_y =$ _____

解 (1) 已知最適直線通過 $(6, 9)$ ，且最適直線必過 $(\mu_x, \mu_y) = (12, 17)$

故可求得斜率為 $\frac{17-9}{12-6} = \frac{4}{3}$

- (2) 另一方面，最適直線的斜率也等於 $r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ ，即 $0.8 \times \frac{\sigma_y}{3} = \frac{4}{3}$ ，解得 $\sigma_y=5$

四、計算題：

11. 某公司最近三年的營業額成長率依序是 -1% (衰退 1%)、 -19% (衰退 19%)、 21% (成長 21%)，試求：

- (1) 該公司這三年的營業額成長率之平均
- (2) 該公司的營業額是成長還是衰退？百分比為多少？

解 由題意知，這三年的營業額分別是前一年的 99% ， 81% ， 121%

(1) 平均營業額成長率為

$$\sqrt[3]{0.99 \times 0.81 \times 1.21} - 1 = 0.99 - 1 = -0.01$$

即為 -1%

(2) 承(1)，平均而言，該公司營業額是衰退的，比率為 1%

12. 已知一群二維數據 (x_i, y_i) 中， x_i 的算術平均數 $\mu_x = 40$ ， x_i 與 y_i 的標準差相等 (即 $\sigma_x = \sigma_y$)，且 y 對 x 的最適直線方程式為 $y = \frac{3}{4}x + 20$ ，試求：

- (1) y_i 的算術平均數 μ_y
- (2) x_i 與 y_i 的相關係數 r

解 (1) 最適直線必過 (μ_x, μ_y) ，故 $\mu_y = \frac{3}{4}\mu_x + 20$ ，將 $\mu_x = 40$ 代入得 $\mu_y = 50$

(2) 觀察最適直線方程式，知其斜率為 $\frac{3}{4}$

另一方面，最適直線的斜率為 $r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ ，故 $r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{3}{4}$

由已知得 $\sigma_x = \sigma_y$ ，故得 $r = \frac{3}{4} = 0.75$