

4-2 排列

例題 1 階乘與排列公式

試計算下列各式的值。

(1) $7!$ (2) P_3^{10}

解 (1) $7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

(2) $P_3^{10} = 10 \times 9 \times 8 = 720$

例題 2 全取排列方法數(一)

學校熱食部供應蔬食特餐、肉絲蛋炒飯、咖哩燴飯、排骨飯、牛腩飯等 5 種快餐，小華打算從週一到週五每天各選一種當午餐，每天都點不同的餐點，試問：

- (1) 五天下來，有幾種不同的點餐方法？
- (2) 如果將蔬食特餐與牛腩飯安排在連續兩天（蔬食特餐、牛腩飯可以調整順序），則有幾種方法？

解 (1) $P_5^5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ （種）

- (2) 將蔬食、牛腩併為一組，其餘各視為一組

蔬、牛 肉 咖 排

得 $P_4^4 = 24$ （種）

但 蔬、牛 可以調整順序

$\therefore 24 \times 2! = 48$ （種）

例題 3 全取排列方法數(二)

書架上有 3 本英文書、4 本中文書、2 本日文書。試分別計算下列的排列數。

- (1) 相同語文的書排在一起
- (2) 相同語文的書放在一起，但是中文書一定要在英日文書的中間

解 (1) 英 中 日

先排語文順序有 $3!$ 種

再分別乘以各語文書籍的排列數 $3! \times 3! \times 4! \times 2! = 1728$ （種）

- (2) 中文書必在中間

\therefore 語文順序只有 $2!$ 種

再分別乘以各語文書籍的排列 $2! \times 3! \times 4! \times 2! = 576$ （種）

例題 4 取部分做排列的方法數

從 1, 2, 3, 4, 5, 6 等 6 個數中, 任選 4 個排成四位數, 數字不可重複, 試問:

- (1) 有幾個不同的四位數?
- (2) 有幾個不同的偶數?

解 (1) $P_4^6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ (個)

(2) 將 2 或 4 或 6 置於個位數, 再由其餘 5 個數取 3 個排列

$$P_3^5 \times 3 = 5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180 \text{ (個)}$$

例題 5 限制條件的排列(一)

小輝計劃開車帶著家人出遊, 預定當天的行程是賞蓮、參觀綠色隧道、參觀古老書院、逛老街、參觀觀光工廠等五個景點。試依下列條件計算有幾種行程安排:

- (1) 由於清晨或黃昏賞蓮都很好, 故排為第一個景點或最後一個
- (2) 為了避免太早而尚未營業, 觀光工廠不安排為第一個景點。同時, 為了避免行程耽誤順延過晚, 賞蓮不安排為最後一個景點

解 (1) 賞蓮排第一: $P_4^4 = 4! = 24$, 賞蓮排第五: $P_4^4 = 4! = 24$

\therefore 共有 $24 + 24 = 48$ (種)

(2) 由文氏圖知, 所求為

(全部排法) - (觀光工廠排第一) - (賞蓮排最後)

+ (觀光工廠排第一且賞蓮排最後)

$$\therefore 5! - 4! - 4! + 3! = 120 - 24 - 24 + 6 = 78 \text{ (種)}$$

〈另解〉

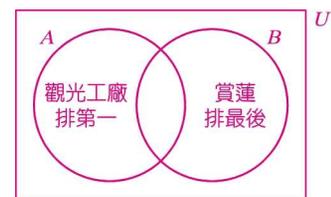
令 A 表示觀光工廠排第一

B 表示賞蓮排最後

所求 $A' \cap B' = (A \cup B)' = U - (A \cup B)$

$$\therefore n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= 5! - (4! + 4! - 3!) = 120 - (24 + 24 - 6) = 78 \text{ (種)}$$



例題 6 限制條件的排列(二)

某公司舉辦員工聯歡大會, 除了邀請某知名團體演出 3 個節目外, 主管也準備了 2 個節目, 員工則準備 5 個節目。假設知名團體負責最後 3 個節目壓軸, 其餘則依下列方式安排, 試問分別有幾種安排方式?

- (1) 最後 3 個節目的順序已由知名團體排定不能更動, 前面 7 個主管與員工的節目由抽籤決定。
- (2) 最後 3 個節目的順序授權主持人任意安排, 前面的節目由抽籤決定主管或員工的先後, 再連續安排他們的節目

解 (1) $P_7^7 \times 1 = 7! = 5040$ (種)

(2) 先決定主管、員工的順序有 $2!$

再排主管、員工各自的順序, 各有 $2!$ 、 $5!$ 種

知名團體則有 $3!$ 種

$$\therefore 2! \times 2! \times 5! \times 3! = 2 \times 2 \times 120 \times 6 = 2880 \text{ (種)}$$

例題 7 有相同物品的排列(一)

- (1) 將 3, 3, 4, 4, 6, 6, 6 等七個數字任意排列，可有幾種不同的七位數？
 (2) 小雯有 8 個大小相同的串珠，3 個紫色、3 個黃色、2 個白色，現在用一條繩子由上而下串起這 8 個珠子，試問有幾種不同的串法？

解 (1) $\frac{7!}{2! \times 2! \times 3!} = 210$ (種)

(2) $\frac{8!}{3! \times 3! \times 2!} = 560$ (種)

例題 8 有相同物品的排列(二)

- (1) 四海為家的人，漂泊異鄉，如果生活困頓或經常思念親人，常有「年年難過年年過」的感慨。試問若將這 7 個字任意排列，有幾種排法？
 (2) 宋代詞人李清照在她著名的一闕詞〈聲聲慢〉中，使用疊字的手法，寫出前 8 個字「尋尋覓覓冷冷清清」。試問若將這 8 個字任意排列，有幾種排列方法？

解 (1) 4 個「年」，1 個「難」，2 個「過」， $\therefore \frac{7!}{4! \times 1! \times 2!} = 105$ (種)

(2) $\frac{8!}{2! \times 2! \times 2! \times 2!} = 2520$ (種)

例題 9 重複排列(一)

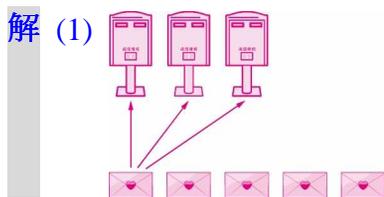
- (1) 連續擲一枚公正的骰子 3 次，依序記錄出現的點數，試問有幾種不同的結果？
 (2) 學校餐廳的主菜有滷排骨、炸魚排、炸雞排、紅燒豆包等 4 種，小婷每天任意點選一種（可以重複），試問一週五天會有幾種點餐方式？

解 (1) $6^3 = 216$ (種)

(2) $4^5 = 1024$ (種)

例題 10 重複排列(二)

- (1) 將 5 封不同的信投入 3 個不同的郵筒，有幾種投法？
 (2) 4 個好朋友結伴去喝下午茶，有 5 種飲料可以選擇，試問有幾種點選飲料的方法？



每封信有 3 個郵筒可選擇

\therefore 有 $3^5 = 243$ (種)

- (2) 每個人有 5 種飲料可以選擇

\therefore 有 $5^4 = 625$ (種)