

習題 2-2 解答

一、基本題

1. 請將適當的數填入下列的空格：

(1) $10^{\square} = 42$

(2) $17 = 10^{\log \square}$

(3) $10^{\log 543} = \square$

解 (1) $10^{\log 42} = 42$

(2) $17 = 10^{\log 17}$

(3) $10^{\log 543} = 543$

2. 試求下列各式的值：

(1) $\log 1000$

(2) $\log 0.000001$

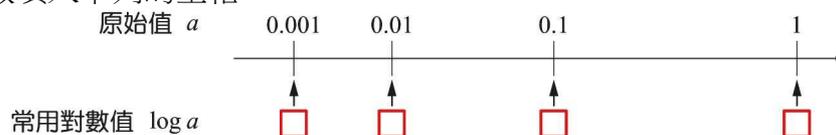
(3) $\log 1 + \log 10 + \log 100$

解 (1) 因為 $10^{\log 1000} = 1000 = 10^3$ ，所以 $\log 1000 = 3$

(2) 因為 $10^{\log 0.000001} = 0.000001 = 10^{-6}$ ，所以 $\log 0.000001 = -6$

(3) 因為 $10^{\log 1} = 1 = 10^0$ ， $10^{\log 10} = 10 = 10^1$ ， $10^{\log 100} = 100 = 10^2$ ，
所以 $\log 1 + \log 10 + \log 100 = 0 + 1 + 2 = 3$

3. 請將適當的數填入下列的空格：



解 因為 $10^{\log 0.001} = 0.001 = 10^{-3}$ ，所以 $\log 0.001 = -3$

因為 $10^{\log 0.01} = 0.01 = 10^{-2}$ ，所以 $\log 0.01 = -2$

因為 $10^{\log 0.1} = 0.1 = 10^{-1}$ ，所以 $\log 0.1 = -1$

因為 $10^{\log 1} = 1 = 10^0$ ，所以 $\log 1 = 0$

4. 甲數的常用對數值是 3.84，則：

(1) 若乙數為甲數的 100 倍，試問乙數的常用對數值為何？

(2) 若丙數為甲數的 $\frac{1}{10}$ 倍，試問丙數的常用對數值為何？

解 設甲、乙、丙三數分別為 a 、 b 、 c ，

因為甲數的常用對數值是 3.84，所以 $\log a = 3.84$

因此 $a = 10^{\log a} = 10^{3.84}$

(1) 若乙數為甲數的 100 倍，則 $b = 100a = 10^2 \times 10^{3.84} = 10^{5.84}$
所以乙數的常用對數值為 $\log b = 5.84$

(2) 若丙數為甲數的 $\frac{1}{10}$ 倍，則 $c = \frac{1}{10}a = 10^{-1} \times 10^{3.84} = 10^{2.84}$
所以丙數的常用對數值為 $\log c = 2.84$

5. (1) 已知有一數為 * * * * * (* 不為 0)，試問此數的常用對數值介於哪兩個連續整數之間？
 (2) 已知有一數為 0.000* (* 不為 0)，試問此數的常用對數值介於哪兩個連續整數之間？

解 (1) 因為 $10^5 < * * * * * < 10^6$ ，所以此數的常用對數值介於 5 和 6 之間

(2) 因為 $10^{-4} = 0.0001 \leq 0.000* < 0.001 = 10^{-3}$ ，所以此數的常用對數值介於 -4 和 -3 之間

二、進階題

6. 若 $\log a = 4.8$ ，則 a 最接近下列哪一個數字？
 (A)654321 (B)65432 (C)6543 (D)654 (E)65

解 若 $\log a \approx 4.8$ ，則 $a \approx 10^{4.8}$ ，

又 $10^4 < 10^{4.8} < 10^5$ ，所以 a 為五位數。故選(B)



7. 若對某數連續取 \log 兩次後會等於 3，試問這個數是幾位數？

解 設某數為 a ，則由題意可知 $\log(\log a) = 3$

所以 $\log a = 10^{\log(\log a)} = 10^3 = 1000$ ，

因此 $a = 10^{\log a} = 10^{1000}$ ，

故 a 為 1001 位數

8. (1) 請根據下表求出 p 、 q 、 r 、 s 的值：

原始值 a	100	p	q	r	s	1000
常用對數值 $\log a$	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3

- (2) 試比較 $q-p$ 和 $s-r$ 的大小。

解 (1) $p = 10^{2.2}$ ， $q = 10^{2.4}$ ， $r = 10^{2.6}$ ， $s = 10^{2.8}$

(2) $q - p = 10^{2.4} - 10^{2.2} = 10^{2.2} \times 10^{0.2} - 10^{2.2} = 10^{2.2} (10^{0.2} - 1) > 0$ ，

$s - r = 10^{2.8} - 10^{2.6} = 10^{2.6} \times 10^{0.2} - 10^{2.6} = 10^{2.6} (10^{0.2} - 1) > 0$

因此 $\frac{s-r}{q-p} = \frac{10^{2.6} (10^{0.2} - 1)}{10^{2.2} (10^{0.2} - 1)} = \frac{10^{2.6}}{10^{2.2}} > 1$ ，

故 $s-r > q-p$

9. 若溶液中的氫離子濃度為 a 莫耳/升，規定它的 pH 值是 $-\log a$ 。若胃酸中的氫離子濃度是 $10^{-1.2}$ 莫耳/升，試問其 pH 值為多少？

解 因為 $\log 10^{-1.2} = -1.2$ ，所以 $-\log 10^{-1.2} = 1.2$ ，

故胃酸的 pH 值為 1.2

三、挑戰題



10. 承習題 9，若食用醋的 pH 值是 2.9，試問胃酸中的氫離子濃度是食用醋中氫離子濃度的多少倍？

解 設食用醋中的氫離子濃度為 x 莫耳/升，則它的 pH 值為 $-\log x$ ，因此 $-\log x = 2.9$ 。

所以 $\log x = -2.9$ ，因此 $x = 10^{\log x} = 10^{-2.9}$

又 $\frac{10^{-1.2}}{10^{-2.9}} = 10^{-1.2 - (-2.9)} = 10^{1.7}$ ，

故胃酸中的氫離子濃度為食用醋中氫離子濃度的 $10^{1.7}$ 倍

(按計算機得 $10^{1.7} \approx 50.11872336$ ，故約為 50 倍)