

2-2 常用對數

例題 1 常用對數

試求下列 x 代表的數：

(1)若 $10^{\log 3.14} = x$ ，則 $x =$ _____

(2)若 $10^{\log x} = 78$ ，則 $x =$ _____

(3)若 $10^x = 343$ ，則 $x =$ _____

解 (1) $x = 3.14$

(2) $x = 78$

(3) $x = \log 343$

例題 2 使用計算機求常用對數

使用計算機求下列各式的值，並四捨五入到小數點後第四位。

(1) $\log 534$

(2) $\log 2.236$

解 (1)按計算機得 $\log 534 = 2.727541257 \approx 2.7275$

(2)按計算機得 $\log 2.236 = 0.349471799 \approx 0.3495$

例題 3 使用計算機求常用對數

使用計算機求下列各式的值（若小數點後超過四位，請四捨五入到小數點後第四位）。

(1) $10^{\log 3.1415926} =$ _____

(2) $10^{\log 3.417} =$ _____

(3) $10^{\log 2316.4} =$ _____

解 (1)按計算機得 $3.1415926 \approx 3.1416$

(2)按計算機得 3.417

(3)按計算機得 2316.4

例題 4 常用對數

試求下列各式的值：

(1) $\log 10000 =$ _____

(2) $\log 0.0001 =$ _____

(3) $\log 0.1 + \log 1 + \log 10 =$ _____

解 (1) $\because 10^4 = 10000$
 $\therefore \log 10000 = 4$

(2) $\because 0.0001 = 10^{-4}$
 $\therefore \log 0.0001 = -4$

(3) $\log 0.1 + \log 1 + \log 10$
 $= -1 + 0 + 1$
 $= 0$

例題 5 常用對數增加 1 的意義 (一)

(1) 已知 $\log a = 2.31$, $\log b = 4.31$, 則 b 是 a 的幾倍?(2) 已知 $\log a = -3.7$, $\log b = -6.7$, 則 b 是 a 的幾倍?

解 (1) $\because \log b = \log a + 1 + 1 \therefore b$ 是 a 的 10 倍再 10 倍
 $\therefore b = 100a$
 故 b 是 a 的 100 倍

(2) $\because \log b = \log a - 1 - 1 - 1$
 $\therefore b = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} a = \frac{1}{1000} a$
 故 b 是 a 的 $\frac{1}{1000}$ 倍

〈另解〉

(1) 由定義知 $a = 10^{\log a} = 10^{2.31}$, $b = 10^{\log b} = 10^{4.31}$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{10^{4.31}}{10^{2.31}} = 10^2 = 100$$

故 b 是 a 的 100 倍(2) 由定義知 $a = 10^{\log a} = 10^{-3.7}$, $b = 10^{\log b} = 10^{-6.7}$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{10^{-6.7}}{10^{-3.7}} = 10^{-3} = \frac{1}{1000}$$

故 b 是 a 的 $\frac{1}{1000}$ 倍

例題 6 常用對數增加 1 的意義 (二)

如右圖，試求 x, y 的值



解 (1) $\log x - \log 3 = 1.4771 - 0.4771 = 1$
 $\therefore x = 3 \times 10 = 30$

(2) $\log y - \log 3 = 4$
 $\therefore y = 3 \times 10^4 = 30000$

由(1)、(2)可得 $x = 30, y = 30000$

〈另解〉

由定義知 $3 = 10^{0.4771}, x = 10^{1.4771}, y = 10^{4.4771}$

$\therefore \frac{x}{3} = \frac{10^{1.4771}}{10^{0.4771}} = 10^1$ ，得 $x = 3 \times 10^1 = 30$

$\frac{y}{3} = \frac{10^{4.4771}}{10^{0.4771}} = 10^4$ ，得 $y = 3 \times 10^4 = 30000$

例題 7 對數的大小關係 (一)

已知 $\log a = 5.432$ ：

(1) 若 $b = 1000a$ ，試求 $\log b =$ _____

(2) 若 $c = \frac{1}{100}a$ ，試求 $\log c =$ _____

解 (1) $\because b = 1000a = 10^3 a$
 $\therefore \log b = \log a + 3 = 5.432 + 3 = 8.432$

(2) $\because c = \frac{1}{100}a = 10^{-2} a$
 $\therefore \log c = \log a - 2 = 5.432 - 2 = 3.432$

例題 8 對數的大小關係 (二)

假設 $\log 2 = a$, $\log 200 = b$, $\log 2000 = c$ 。試求下列各式之值：

(1) $b - a =$ _____

(2) $b + c - 2a =$ _____

解 (1) $\because 200 = 2 \times 10^2$

$$\therefore \log 200 = \log 2 + 2, \text{ 即 } b = a + 2$$

$$\therefore b - a = 2$$

(2) $\because 2000 = 2 \times 10^3$

$$\therefore \log 2000 = \log 2 + 3, \text{ 即 } c = a + 3 \text{ 得 } c - a = 3$$

$$\therefore b + c - 2a = (b - a) + (c - a) = 2 + 3 = 5$$

例題 9 常用對數的應用 (一)

若溶液中的氫離子濃度為 $a \text{ mol/L}$ 時，定義它的 pH 值為 $-\log a$

(1) 若 A 溶液的氫離子濃度為 $1.0 \times 10^{-8} \text{ mol/L}$ ，試求其 pH 值

(2) 若 B 溶液的 pH 值為 6.4，試問 B 溶液的氫離子濃度是 A 溶液的幾倍？

解

(1) $-\log(1.0 \times 10^{-8}) = -(-8) = 8$

(2) 設 B 溶液的氫離子濃度為 x

$$\Leftrightarrow -\log x = 6.4 \Leftrightarrow \log x = -6.4$$

$$\therefore x = 10^{-6.4}$$

$$10^{-6.4} \div 10^{-8} = 10^{1.6}$$

故 B 溶液的氫離子濃度是 A 溶液的 $10^{1.6}$ 倍，按計算機可得約為 39.8 倍

例題 10 常用對數的應用 (二)

定義地震釋放的能量 (E) 與它的芮氏地震規模 (M) 的關係為 $\log E = 4.8 + 1.5M$ 。試求地震規模 6.0 的地震所釋放的能量是地震規模 4.4 地震所釋放能量的幾倍？

解 設芮氏地震規模 6.0、4.4 的地震釋放的能量分別為 E_1 、 E_2

$$\log E_1 = 4.8 + 1.5 \times 6 = 13.8$$

$$\log E_2 = 4.8 + 1.5 \times 4.4 = 11.4$$

$$\therefore E_1 = 10^{\log E_1} = 10^{13.8}$$

$$E_2 = 10^{\log E_2} = 10^{11.4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{10^{13.8}}{10^{11.4}} = 10^{2.4}$$

故釋放的能量為 $10^{2.4}$ 倍，按計算機可得約為 251 倍