單元 8 一維數據分析

建議配分 每題 10 分。

1. 求下列各組數據的眾數與中位數。

(1) 25，25，30，35，50，50，50。

(2) 25，30，30，30，35，50，55，55。

解▸ (1) 因為 50 是出現次數最多的數，共出現 3 次，所以眾數為 50。

因為 7 個數的中位數是從小到大排第 4 位的數，所以中位數為 35。

(2) 因為 30 是出現次數最多的數，共出現 3 次，所以眾數為 30。

因為 8 個數的中位數是從小到大排第 4 位與第 5 位兩數的平均，

所以中位數為 $\frac{30+35}{2}=32.5$。

2. 數學老師計算學期成績的方式如下：五次平時考的分數中取較好的三次，這三次的平均分數占學期成績的 30%，第一次與第二次期中考各占學期成績的 20%，期末考占學期成績的 30%。

某生平時考成績分別為 68，82，70，73，85 分，期中考成績分別為 86，79 分，期末考成績為 90 分，求該生的學期成績。

解▸ 依題意，該生的學期成績為

$$\frac{85+82+73}{3}\times 30\%+86\times 20\%+79\times 20\%+90\times 30\%$$

$$=24+17.2+15.8+27=84$$ （分）。

3. 某公司連續四年的成長率分別為 10%、10%、0%、21%。求此公司這連續四年的年平均成長率。

解▸ 年平均成長率為 $\sqrt[4]{(1+0.1)(1+0.1)(1+0)(1+0.21)}-1=\sqrt[4]{(1.1)^4}-1=0.1=10\%$。

4. 擲一粒骰子 230 次，各點數出現的次數如下表：

點數	1	2	3	4	5	6
次數	32	43	52	38	35	30

對於這 230 個點數的數據，求

(1)第 15 百分位數 P_{15}。

(2)第 2 四分位數 Q_2 與第 3 四分位數 Q_3。

解▸ 將 230 個數據由小到大排序為 x_1，x_2，$\cdots$，x_{230}。

(1) 因為 $230\times\frac{15}{100}=34.5$ 不是整數，所以令 $b=(34.5\text{的整數部分})+1=35$，且此時第 15 百分位數 $P_{15}=x_b=x_{35}$。又從表中得知 $x_{35}=2$，故 $P_{15}=2$（點）。

(2) 因為 $230\times\frac{2}{4}=115$ 是整數，所以百分位數 $P_{50}=\frac{x_{115}+x_{116}}{2}$。又從表中得知 $x_{115}=3$，$x_{116}=3$，故 $Q_2=P_{50}=\frac{3+3}{2}=3$（點）。

因為 $230\times\frac{3}{4}=172.5$ 不是整數，令 $b=(172.5\text{的整數部分})+1=173$，且此時百分位數 $P_{75}=x_b=x_{173}$。又從表中得知 $x_{173}=5$，

故 $Q_3=P_{75}=5$（點）。

5. 求五個數據1，3，4，5，7的算術平均數、變異數與標準差。

解▸ 這五個數據的算術平均數$\mu=\frac{1}{5}(1+3+4+5+7)=4$，

變異數$\sigma^2=\frac{1}{5}\left((1-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2\right)=4$，

標準差$\sigma=\sqrt{4}=2$。

6. 求四個數據2，4，5，7的算術平均數與標準差。

解▸ 這四個數據的算術平均數$\mu=\frac{1}{4}(2+4+5+7)=\frac{9}{2}$，

標準差$\sigma=\sqrt{\frac{1}{4}\left(2^2+4^2+5^2+7^2\right)-\left(\frac{9}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{94}{4}-\frac{81}{4}}=\sqrt{\frac{13}{4}}=\frac{\sqrt{13}}{2}$。

7. 某生第一次期中考六科成績的算術平均數為 80 分。已知其中五科的成績為 68，80，80，80，86，求

(1)第六科的成績。

(2)該生成績的標準差。

解▸ (1) 設第六科的成績為 x 分。因為六科的算術平均數為 80 分，所以

$$\frac{1}{6}(68+80+80+80+86+x)=80，$$

解得 $x=86$。故第六科的成績為 86（分）。

(2) 承(1)，得標準差為

$$\sqrt{\frac{1}{6}\left((68-80)^2+(80-80)^2+(80-80)^2+(80-80)^2+(86-80)^2+(86-80)^2\right)}$$

$=6$（分）。

8. 某次期中考試題共有 20 題，每題 5 分。今改完考卷得全班平均為 45 分，標準差為 10 分。今老師將計分方式改為每題答對可得 6 分，且將每人的總分一律加 10 分，回答以下問題。(假設調整後的分數均不超過 100 分)

(1)設原始分數為 x，調整後分數為 y，求 x 與 y 的關係式。

(2)求調整後的算術平均數與標準差。

解▸ (1) 依題意，x 與 y 的關係式為 $y=\frac{6}{5}x+10$。

(2) 因為當 $y=ax+b$ 時，$\mu_y=a\mu_x+b$，$\sigma_y=|a|\sigma_x$，

所以 $\mu_y=\frac{6}{5}\times45+10=64$，$\sigma_y=\left|\frac{6}{5}\right|\times10=12$。

故調整後的算術平均數為 64（分），標準差為 12（分）。

9. 已知有 n 個數據的算術平均數為 μ 。當在這 n 個數據中加入一個新的數 36 後，其算術平均數會比原來多 2 ；但當這 n 個數據中的數 20 被刪去後，其算術平均數會比原來少 1 ，求 n 與 μ 的值。

解▸ 依題意，得 $\frac{n\mu+36}{n+1}=\mu+2$ 且 $\frac{n\mu-20}{n-1}=\mu-1$ ，

整理得 $\begin{cases}2n+\mu=34\\ n+\mu=21\end{cases}$ ，解得 $n=13$ ， $\mu=8$ 。

10. 已知五個數據 2 ， 4 ， 6 ， 8 ， x 的標準差為 2 ，求 x 的值。

解▸ 這五個數據的算術平均數 $\mu=\frac{1}{5}(2+4+6+8+x)=\frac{20+x}{5}$ 。

利用標準差公式 $\sqrt{\frac{1}{n}\left(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2\right)-\mu^2}$ ，得 $\sqrt{\frac{1}{5}\left(2^2+4^2+6^2+8^2+x^2\right)-\left(\frac{20+x}{5}\right)^2}=2$ ，

將等式的兩邊平方，得 $\frac{120+x^2}{5}-\frac{400+40x+x^2}{25}=4$ ，

解得 $x=5$ （重根）。故 $x=5$ 。