

1. 以下各小題對的打「O」，錯的打「×」：

O(1) 將「讀」、「書」、「好」三個字任意排列，共有 6 種排法

O(2) 從 5 個人中任選 3 個人排成一列，共有  $P_3^5$  種排法

×(3) 將六個字母 PAPA 任意排成一列，共有  $\frac{6!}{2!2!2!}$  種排法

×(4) 將 4 名新生任意分發到 3 個班級，共有  $4^3$  種分法

解：(1)  $3! = 6$ ，(2)  $\frac{6!}{3!3!}$ ，(4) 有  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$  種

2. 「IMO」是國際數學奧林匹克的縮寫。現有 5 種不同的顏色可供選擇，將這 3 個字母分別用不同顏色來寫(一字一色)，則共有多少種選擇？

解：根據乘法原理，得共有  $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$  種選擇

3. 用六個數字 0, 1, 2, 3, 4, 5 組成沒有重複數字的三位數，則：

(1) 能組成多少個三位數？

(2) 這些三位數中，不是 5 的倍數者有多少個？

解：(1)  $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$  個

(2) 5 的倍數可分為個位數字為 0 和個位數字為 5 兩種

個位數字為 0：有  $5 \cdot 4 \cdot 1 = 20$

個位數字為 5：有  $4 \cdot 4 \cdot 1 = 16$ ，不是 5 的倍數者有  $100 - 20 - 16 = 64$

4. 二隻黃貓，三隻白貓及四隻黑貓排成一列，求下列特排列數：

(1) 黃、白、黑三顏色貓各聯排在一起

(2) 任二隻黑貓都不相鄰

解：(1)  $\boxed{\text{黃黃}} \boxed{\text{白白白}} \boxed{\text{黑黑黑黑}}$  排法有  $3! \times (2!3!4!) = 6 \times 288 = 1728$  種

(2) 先將 2 隻黃貓及 3 隻白貓排成一列有  $5! = 120$  種

再將 4 隻黑貓分開排入兩旁及中間的 6 個空隙，排法有  $P_4^6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$

利用乘法原理， $120 \times 360 = 43200$

5. 有 5 個工程隊承建 5 個不同的建案，每個工程隊承建一個建案，其中甲工程隊不能承建 1 號建案，乙工程隊不能承建 2 號建案，則共有多少種承建方案？

解：設  $U$  為所有承建方案組成的集合， $A$  為甲工程隊承建 1 號建案的方案組成的集合， $B$  為乙工程隊承建 2 號建案的方案組成的集合。由題意知  $n(U) = 5! = 120$ ， $n(A) = 1 \cdot 4! = 24$ ， $n(B) = 1 \cdot 4! = 24$ ， $n(A \cap B) = 3! = 6$

利用笛摩根定律  $A' \cap B' = (A \cup B)'$  及取捨原理，

得  $n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) = 120 - (24 + 24 - 6) = 78$ 。故共有 78 種承建方案

6. 將甲、乙、丙三名志工安排在週一至週六的 6 天中支援園遊會服務的工作。若要求每人參加兩天，且每天安排一人，則共有多少種安排的方法？

解：由題意知，安排的方法數等於將 2 個甲，2 個乙，2 個丙排成一列的方法數

因此，利用有相同物的排列公式，得共有  $\frac{6!}{2!2!2!} = 90$  種安排的方法

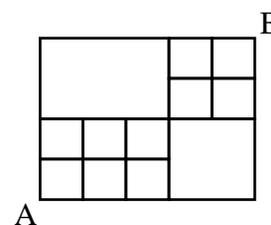
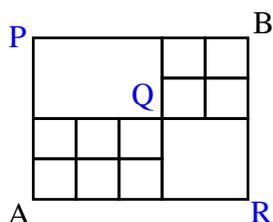
7. 右圖為一街道圖，求從 A 點取捷徑走到 B 點，共有多少種方法？

解：(1) 經 P 點有 1 種

(2) 經 Q 點有  $\frac{5!}{3!2!} \times \frac{4!}{2!2!} = 10 \times 6 = 60$

(3) 經 R 點有 1 種

共有  $1 + 60 + 1 = 62$  種方法



8. 社團幹部 5 人訂午餐，有雞腿、排骨、魚排 3 種便當可選，但其中任一種便當至多只能作 4 人份，求 5 人共有多少種選購方法？

解：若每人都可從 3 種便當中任選一種，方法有  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243$  種

扣除 5 人都選同一種便當的情形 = 選雞腿、都選排骨或都選魚排共 3 種情形， $\therefore 243 - 3 = 240$

9. 電視台將連續播放 6 個廣告，其中含有 4 個不同的商業廣告以及 2 個不同的公益廣告，若要求首尾必須播放公益廣告，則共有多少種播放方式？

解：首尾必須播放公益廣告的情形：公 商 商 商 商 公

2 個公益廣告有  $2! = 2$ ，4 個商業廣告排成一列有  $4! = 24$ ，利用乘法原理，播放方式共有  $2 \times 24 = 48$

10. 兩對夫妻各帶一個小孩到遊樂園玩，六人購票後排成一列依序入園，為安全起見，首尾一定排兩位爸爸，而且兩個小孩一定排在一起，則入園的排隊方法共有多少種？

解：(1) 首尾排兩位爸爸的排法有  $2! = 2$  種

(2) 將二個小孩看成 1 人，與兩位媽媽視為 3 人作排列，排法有  $3! = 6$  種，二個小孩彼此互換有  $2! = 2$  種

$\therefore$  利用乘法原理，共有  $2 \times 6 \times 2 = 24$

11. 由數字 2，3 組成四位數，且數字 2，3 至少都出現一次，這樣的四位數共有多少個？

解：一個 2 三個 3，即 2, 3, 3, 3：有  $\frac{4!}{3!} = 4$ ，

二個 2 二個 3，即 2, 2, 3, 3：有  $\frac{4!}{2!2!} = 6$ ，

三個 2 一個 3，即 2, 2, 2, 3：有  $\frac{4!}{3!} = 4$ ，共有  $4 + 6 + 4 = 14$

12. 在數線上有一個運動物體從原點出發，在此數線上跳動，每次向正方向或負方向跳 1 個單位，跳動過程可重複經過任何一點。若經過 6 次跳動後運動物體落在點 +4 處，則此運動物體共有多少種跳動方法？

解：設向正方向跳  $x$  次，向負方向跳  $y$  次。依題意，得  $x + y = 6$  且  $x - y = 4$

其中  $x, y$  為非負整數。解得  $x = 5, y = 1$ 。因此，跳動方法共有  $\frac{6!}{5!1!} = 6$  種

13. 某班慶生會原訂的 5 個節目已排成節目單，開演前再增加 2 個新節目，若原有 5 個節目的相對順序保持不變，則增加 2 個新節目後的節目單可以有多少種？

解：原有 5 個節目有 6 個位置可以放置 1 個新節目，置入後的 6 個節目有 7 個位置可以放置第 2 個新節目。根據乘法原理，增加 2 個新節目後的節目單可以有  $6 \times 7 = 42$  種

14. 將 A, B, C, D, E, F 六個字母排成一列，若 A, B 都需在 C 的同一側，則共有多少種排法？

解：(1) 先將 A, B, C 視為 3 個  $\square$ ，與 D, E, F 任意排成一列，排法有  $\frac{6!}{3!} = 120$  種

(2) 因為 A, B 都須在 C 的同一側，故 3 個  $\square$  中，C 必須在最前或最後，填法有  $2(C \text{ 前或後}) \times 2!(\text{填 A 與 B}) = 4$  種 (ABC, BAC, CAB, CBA 四種)

利用乘法原理，排法有  $120 \times 4 = 480$

15. 用三串分別為 2 個紅氣球、3 個黃氣球和 3 個藍氣球來當射擊靶子，如下圖所示。若每次射破的氣球，都必須是該串尚未被射破氣球中最低的那一個，則射破全部 8 個氣球可以有多少種次序？

解：將 2 個紅、3 個黃與 3 個藍排成一列，共有  $\frac{8!}{2!3!3!} = 560$  種排法。

因為每一種顏色的氣球都只有一種順序，也就是遊戲規定的先射該串尚未被射破氣球中最低的那一個，所以射破全部 8 個氣球總共有 560 種次序

