單元 3 計數原理 習題　　一年____班　座號：____　姓名：

1.以下各小題對的打「O」，錯的打「×」：

(1)「$5>8$ 或 $5<7$」是正確的命題

(2)若實數 a，b 滿足 $ab=0$，則 $a=0$ 且 $b=0$

(3)足球賽有南區 2 隊、北區 3 隊參賽，進入決賽的 2 隊是同一區的情形，共有 4 種

解：(1) O，(2) ×，應為 $a=0$ 或 $b=0$，(3)若同為南區 $C^2_2=1$；同為北區 $C^3_2=3$，共有 $1+3=4$ 種情形

2.已知集合 A＝{1，2，4，5}，B＝{1，3，6}，求 A∩B，A∪B，A－B，B－A

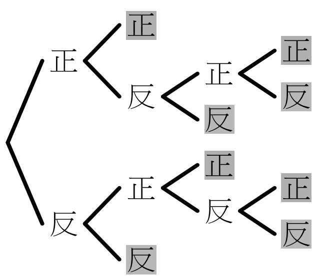
解：A∩B＝{1}，A∪B＝{1，2，3，4，5，6}，A－B＝{2，4，5}，B－A＝{3，6}

3.已知集合 $A=\{x\,|\,x^2=1，x\in R\}$，$B=\{x\,|\,x^2-2x-3=0，x\in R\}$，求 A∩B，A∪B

解：A＝{－1，1}，B＝{－1，3}，A∩B＝{－1}，A∪B＝{=1，1，3}

4.丟一硬幣不超過 4 次，且丟出連續 2 個正面或連續 2 個反面就提前結束，利用樹狀圖，求丟硬幣的過程共有多少種可能的情形？

解：利用樹狀圖描述如圖，共有 8 種可能的情形



5.某校羽球校隊是由 3 位高一學生、4 位高二學生及 6 位高三學生所組成。

(1)每年級各選出一名當小組長，共有多少種情形？

(2)教練要從校隊中選二名來自不同年級的學生參加雙打比賽，共有多少種選法？

解：(1)利用乘法原理，共有 $3\times4\times6=72$ 種

(2)高一高二：有 $3\times4=12$ 種，高二高三：有 $4\times6=24$ 種，高一高三：有 $3\times6=18$ 種，

利用加法原理，共有 $12+24+18=54$ 種

6.某班舉行親師會，已知班上 40 位同學中，父親出席者有 20 位，母親出席者有 30 位，父母親皆出席者有 15 位。

問：班上有家長出席親師會的同學共有多少位？

解：設 A 表父親出席者組成的集合，B 表母親出席者組成的集合。由題意知

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=20+30-15=35$

7.學校共開設日語、法語與西班牙語等三種第二外語。某班調查學生選修第二外語的情形，已知選修過日語、法語及西班牙語者分別有 20、10 及 5 人，且其中選修過日語及法語者有 6 人；選修過法語及西班牙語者有 3 人；選修過日語及西班牙語者有 3 人；而恰有 1 人曾選修過上述三種外語。問：班上同學至少選修過一種第二外語的同學共有多少位？

解：設 A 表選修過日語者組成的集合，B 表選修過法語者組成的集合，C 表選修過西班牙語者組成的集合。

利用取捨原理，得 $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$

$=20+10+5-6-3-3+1=24$

故至少選修過一種第二外語的同學共有 24 位

8.對全班 40 人作喝飲料習慣的調查，發現習慣半糖(糖份減半)的有 30 人，習慣去冰(不加冰塊)的有 25 人。
問：該班喝飲料的習慣是半糖且去冰者最多有多少人？最少又有多少人？

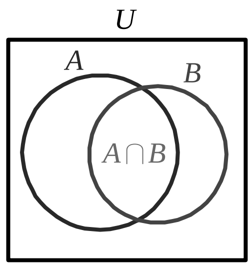
解：設 U 表示全班同學組成的集合；A，B 分別表示習慣半糖與習慣去冰者組成的集合。由題意知：

(I)當 $B\subset A$ 時，$n(A\cap B)$最大，且 $n(A\cap B)=n(B)=25$

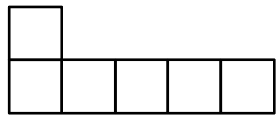
(II)當 $U=A\cup B$ 時，$n(A\cap B)$最小，且由取捨原理，得

$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=30+25-40=15$

故習慣是半糖且去冰者最多有 25 人，最少有 15 人



9.使用 1×1與 1×2兩種磁磚，鋪滿由六個 1× 1 正方形連接而成的 L 形區域，如圖所示，共有多少種方法？
(可以只使用一種磁磚)



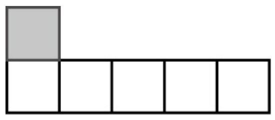
解：(I)左上方鋪 1×1 磁磚：

都不用 1×2 磁磚：有 1, 1, 1, 1, 1 共 1 種

用 1 個 1×2 磁磚：有 2, 1, 1, 1；1, 2, 1, 1；1, 1, 2, 1；1, 1, 1, 2 共 4 種

用 2 個 1×2 磁磚：有 2, 2, 1；2, 1, 2；1, 2, 2 共 3 種

合計 $1+4+3=8$ 種



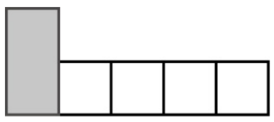
(II)左側鋪 1×2 磁磚

其餘都不用 1×2 磁磚：有 1, 1, 1, 1 共 1 種

用 1 個 1×2 磁磚：有 2, 1, 1；1, 2, 1；1, 1, 2 共 3 種

用 2 個 1×2 磁磚：有 2, 2 共 1 種

合計 $1+3+1=5$ 種



利用加法原理，得方法共有 $8+5=13$ 種