大學入學考試中心 104 學年度學科能力測驗試題 數學考科 104.2.1

第壹部分：選擇題(占 50 分)

一、單選題(占 20 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1.每週同一時間點記錄某植物的成長高度，連續五週的數據為

$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=6$，$a_4=15$，$a_5=31$

請問此成長高度數列滿足下列選項中哪一個式子？

(1) $a_{t+1}=3a_t-1$，$t=1$，2，3，4　(2) $a_t=t!$，$t=1$，2，3，4，5　(3) $a_{t+1}=a_t+t^2$，$t=1$，2，3，4

(4) $a_t=2^t-1$，$t=1$，2，3，4，5　(5) $a_{t+1}=ta_t+1$，$t=1$，2，3，4

解：分別代入檢查，$a_1=1$ 不一定滿足遞迴定義式

(1) $a_{t+1}=3a_t-1$：$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=5$(不合)

(2) $a_t=t!$：$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=6$，$a_4=24$(不合)

(3) $a_{t+1}=a_t+t^2$：$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=6$，$a_4=15$，$a_5=31$(正確)

(4) $a_t=2^t-1$：$a_1=1$，$a_2=3$(不合)

(5) $a_{t+1}=ta_t+1$：$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=5$(不合)

答：(3)

出處：第二冊(數列與級數、遞迴關係式)

2.第 1 天獲得 1 元、第 2 天獲得 2 元、第 3 天獲得 4 元、第 4 天獲得 8 元、依此每天所獲得的前為前一天的兩倍，如此進行到第 30 天，試問這 30 天所獲得的錢，總數最接近下列哪一個選項？

(1)10,000 元　(2) 1,000,000 元　(3) 100,000,000 元　(4) 1,000,000,000 元　(5) 1,000,000,000,000 元

解：1.數列 $<a_n>$：1，2，4，8，……，a_{30}，$\Rightarrow S_{30}=1+2+4+8+\cdots\cdots+a_{30}=\sum_{n=1}^{30}2^{n-1}=\dfrac{1\cdot(1-2^{30})}{1-2}=2^{30}-1$

2.取 $\log 2^{30}=30\times 0.3010=9.03=9+0.03$，$\Rightarrow$首數$=9$，表示 2^{30} 為 10 位數字

答：(4)

出處：第一冊(指對數，首數與尾數)、第二冊(數列與級數)

3.有兩組供機器運作的配件 A、B，其單獨發生故障的機率分別為 0.1、0.15。只有當 A，B 都發生故障，此機器材無法運作。A、B 兩配件若用串接方式，前面故障會導致後面故障，但若後面故障則不影響前面的故障情形；若用並列方式，則故障情形互不影響。若考慮以下三種情形：

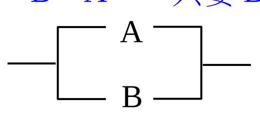
(一)將 B 串接於 A 之後　(二)將 A 串接於 B 之後　(三)將 A，B 獨立並列

在情況(一)、(二)、(三)之下，機器無法運作的的機率分別為 p_1、p_2、p_3。請選出正確的選項。

(1) $p_1>p_2>p_3$　(2) $p_2>p_1>p_3$　(3) $p_3>p_2>p_1$　(4) $p_3>p_1>p_2$　(5) $p_1=p_2>p_3$

解：(一)－A－B－：只要 A 故障(導致 B 故障)，機器無法運作，$\Rightarrow p_1=0.1$

(二)－B－A－：只要 B 故障(導致 A 故障)，機器無法運作，$\Rightarrow p_2=0.15$

(三) 

：當 A，B 都故障，機器才無法運作，$\Rightarrow p_3=0.1\times 0.15=0.015$

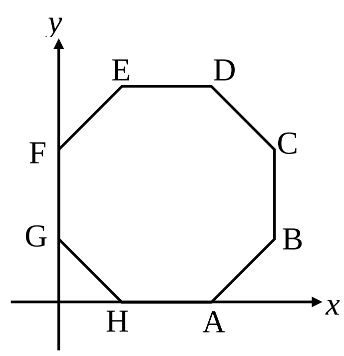
$\Rightarrow$ (2)$p_2>p_1>p_3$

答：(2)

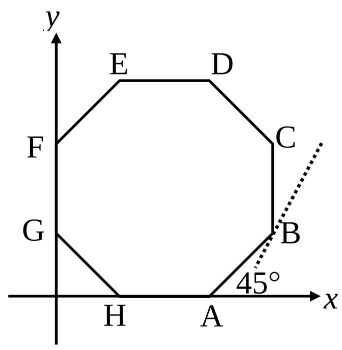
出處：第二冊(機率，獨立)

4.一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上的正八邊形 ABCDEFGH 及其內部，如右圖。已知目標函數 $ax+by+3$(其中 a，b 為實數)的最大值只發生在 B 點。請問當目標函數改為 $3-bx-ay$ 時，最大值會發生在下列哪一點？

(1) A　(2) B　(3) C　(4) D　(5) E



解：1. ∵目標函數 $ax+by+3$ 的最大值只發生在 B 點



⇒根據平行線法，過 B 點之斜率$=-\dfrac{a}{b}>0$，如圖(虛線)

2.目標函數改為 $3-bx-ay$ 時，斜率$=-\dfrac{b}{a}>0$

3.其中斜率$-\dfrac{a}{b}$與斜率$-\dfrac{b}{a}$皆為正數，

且 a，b 數值互換，即 x、y 係數互換，表示對稱於 $y=x$ 直線(45°角)

又∠A 的外角為 45°，得知關於 B 點對稱點為點 A

註：∵過 B 點之斜率大於 0，可以令 $a=1$，$b=-1$ 與 $a=2$，$b=-1$

分別代入 $ax+by+3$ 與 $3-bx-ay$ 測試即可

答：(1)

出處：第三冊(線性規劃)

二、多選題(占 30 分)

說明：第 5 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5.小明參加某次路跑10公里組的比賽，下表爲小明手錶所記錄之各公里的完成時間、平均心率及步數：

	完成時間	平均心率	步數
第一公里	5:00	161	990
第二公里	4:50	162	1000
第三公里	4:50	165	1005
第四公里	4:55	162	995
第五公里	4:40	171	1015
第六公里	4:41	170	1005
第七公里	4:35	173	1050
第八公里	4:35	181	1050
第九公里	4:40	171	1050
第十公里	4:34	188	1100

在這 10 公里的比賽過程，請依據上述數據，選出正確的選項。

(1)由每公里的平均心率得知小明最高心率爲188

(2)小明此次路跑，每步距離的平均小於1公尺

(3)每公里完成時間和每公里平均心率的相關係數爲正相關

(4)每公里步數和每公里平均心率的相關係數爲正相關

(5)每公里完成時間和每公里步數的相關係數爲負相關

解：(1)每公里的平均心率無法得知最高心率(即每公里中的最大值、或視為瞬時心率)

(2)總步數$=10260$，每步距離$=\dfrac{10\text{公里}}{10260\text{步}}=\dfrac{10000\text{公尺}}{10260\text{步}}<1$ 公尺/步

(3)根據數據，完成時間越短，平均心率越大，⇒相關係數爲負相關

(4)根據數據，步數越大，平均心率越大，⇒相關係數爲正相關

(5)根據數據，完成時間越短，步數越大，⇒相關係數爲負相關

答：(2)(4)(5)

出處：第二冊(數據分析，相關係數)

6.設 $f(x)$是首項係數為 1 的實係數二次多項式。請選出正確的選項。

(1)若 $f(2)=0$，則$x-2$可整除$f(x)$　　(2)若$f(2)=0$，則$f(x)$為整係數多項式

(3)若$f(\sqrt{2})=0$，則$f(-\sqrt{2})=0$　　(4)若$f(2i)=0$，則$f(-2i)=0$

(5)若 $f(2i)=0$，則 $f(x)$為整係數多項式

解：(1)若 $f(2)=0$，表示 $x=2$ 為 $f(x)=0$ 的因式，$\Rightarrow x-2$ 可整除 $f(x)$

(2)若 $f(2)=0$，無法得知 $f(x)$是否為整係數多項式

(3)若 $f(\sqrt{2})=0$，則 $f(-\sqrt{2})=0$ 必須在 $f(x)$為有理數係數多項式才成立

(4)若 $f(2i)=0$，則 $f(-2i)=0$，滿足實係數多項式，虛根成雙定理

(5)若 $f(2i)=0$，$\Rightarrow f(-2i)=0$，則由 $x=2i$ 與 $x=-2i$ 為兩根知方程式為 $k(x-2i)(x+2i)=0$

$\Rightarrow k(x^2+4)=0$，且 $f(x)$是首項係數為 $1=k$，得知 $f(x)=x^2+4$，為一整係數多項式

答：(1)(4)(5)

出處：第一冊(多項式方程式，因式定理，餘式定理，虛根成雙定理)

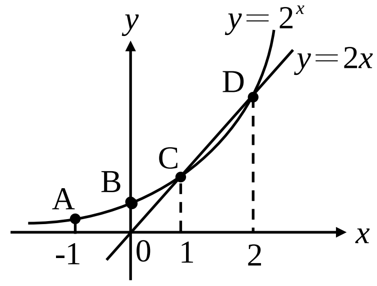
7.坐標平面上，在函數圖形$y=2^x$上，標示A、B、C、D四個點，其x坐標分別為－1、0、1、2。請選出正確的選項。

(1)點B落在直線AC下方 (2)在直線AB、直線BC、直線CD中，以直線CD的斜率最大

(3) A、B、C、D四個點，以點B最靠近x軸 (4)直線$y=2x$與$y=2^x$的圖形有兩個交點

(5)點A與點C對稱於y軸

解：根據題意，作圖如右



(1) $y=2^x$圖形為凹口向上，$\Rightarrow$點 B 在直線 AC 下方

(2) $y=2^x$圖形為嚴格遞增函數，以直線 CD 的斜率最大

(3)如右圖，得知點 A 最靠近 x 軸

(4)如右圖，直線 $y=2x$ 與 $y=2^x$ 的圖形有兩個交點 C(1，2)，D(2，4)

(5)如右圖，顯然的，點 A 與點 C 不會對稱於 y 軸

答：(1)(2)(4)

出處：第一冊(指對數函數)

8.坐標平面上有一雙曲線，其漸近線為$x-y=0$和$x+y=0$。關於此雙曲線的性質，請選出正確的選項。

(1)此雙曲線的方程式為$\frac{x^2}{r^2}-\frac{y^2}{r^2}=1$或$\frac{x^2}{r^2}-\frac{y^2}{r^2}=-1$，其中$r$為非零實數

(2)此雙曲線的貫軸長等於共軛軸長

(3)若點$(a，b)$為此雙曲線在第一象限上一點，則當$a>1000$時，$|a-b|<1$

(4)若點$(a，b)$，$(a'，b')$為此雙曲線在第一象限上兩點且$a<a'$，則$b<b'$

(5)此雙曲線同時對稱於 x 軸與 y 軸

解：根據題意，一雙曲線，其漸近線為 $x-y=0$ 和 $x+y=0$，$\Rightarrow$中心為$\begin{cases}x-y=0\\x+y=0\end{cases}$，得知中心(0，0)

又兩漸近線為 $x-y=0$ 和 $x+y=0$ 互相垂直，$\Rightarrow$為等軸雙曲線(或由$(x-y)(x+y)=k$，$k\neq0$ 得其方程式)

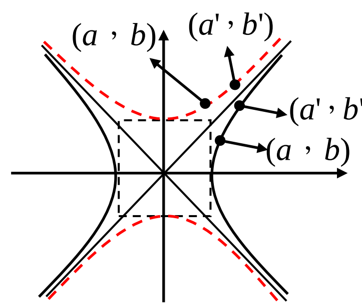
(1)方程式$\frac{x^2}{r^2}-\frac{y^2}{r^2}=1$或$\frac{x^2}{r^2}-\frac{y^2}{r^2}=-1$滿足上述條件，且互為共軛雙曲線

(2)∵雙曲線為等軸雙曲線，$\Rightarrow$貫軸長等於共軛軸長

(3)無法得知，或由$(x-y)(x+y)=k$，$\Rightarrow a^2-b^2=k$，當 $a>1000$ 時，$|a-b|$無法得知

(4)若點$(a，b)$，$(a'，b')$為此雙曲線在第一象限上兩點，且 $a<a'$，

作圖如右，得知 $b<b'$

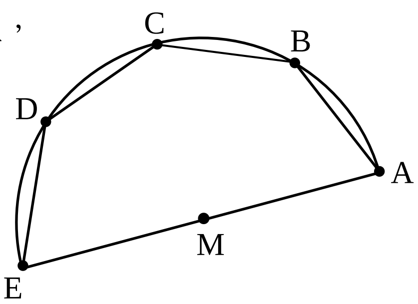


(5)不論雙曲線為$\frac{x^2}{r^2}-\frac{y^2}{r^2}=1$或$\frac{x^2}{r^2}-\frac{y^2}{r^2}=-1$均同時對稱於 x 軸與 y 軸

答：(1)(2)(4)(5)

出處：第四冊(二次曲線，等軸雙曲線、共軛雙曲、線漸近線)

9.如圖，以 M 為圓心、$\overline{MA}=8$ 為半徑畫圓，$\overline{AE}$為該圓的直徑，B、C、D 三點皆在圓上，且$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}$。若$\overrightarrow{MD}=8(\cos(\theta+90°)，\sin(\theta+90°))$。請選出正確的選項。



(1) $\overrightarrow{MA}=8(\cos\theta，\sin\theta)$ (2) $\overrightarrow{MC}=8(\cos(\theta+45°)，\sin(\theta+45°))$

(3)(內積) $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MA}=8$ (4) (內積) $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MD}=0$

(5)$\overrightarrow{BD}=8(\cos\theta+\cos(\theta+90°)，\sin\theta+\sin(\theta+90°))$

解：(1)如右圖，$\because \overline{AE}$為圓的直徑，且$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}$

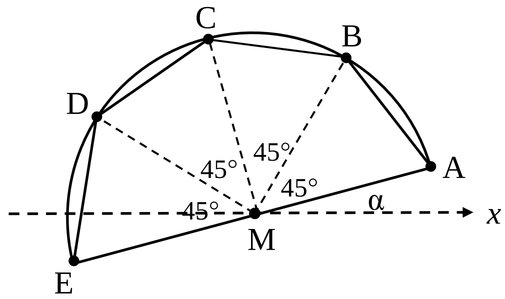
$\therefore \angle AMB=\angle BMC=\angle CMD=\angle DME=45°$

設該半圓乃由直徑為 x 軸之半圓逆時針轉 α 角

$\Rightarrow \because \overrightarrow{MD}=8(\cos(\theta+90°)，\sin(\theta+90°))$

$\therefore \alpha+135°=\theta+90°$，得 $\alpha=\theta-45°$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA}=8(\cos\alpha，\sin\alpha)=8(\cos(\theta-45°)，\sin(\theta-45°))$



(2) $\overrightarrow{MC}=8(\cos(\alpha+90°)，\sin(\alpha+90°))$

$=8(\cos(\theta-45°+90°)，\sin(\theta-45°+90°))=8(\cos(\theta+45°)，\sin(\theta+45°))$

(3) (內積) $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MA}=|\overrightarrow{MA}|^2=8^2=64$

(4) (內積) $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MD}=|\overrightarrow{MB}||\overrightarrow{MD}|\cos 90°=0$

(5)$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MB}=8(\cos(\theta+90°)，\sin(\theta+90°))-8(\cos(\alpha+45°)，\sin(\alpha+45°))$

$=8(\cos(\theta+90°)，\sin(\theta+90°))-8(\cos\theta，\sin\theta)=8(\cos(\theta+90°)-\cos\theta，\sin(\theta+90°)-\sin\theta)$

答：(2)(4)

出處：第三冊(平面向量)

10.某一班共有45人，問卷調查有手機與平板電腦的人數。從統計資料顯示此班有35人有手機，而有24人有平板電腦。設：

A為同時有手機與平板電腦的人數　　B為有手機，但沒有平板電腦的人數

C為沒有手機，但有平板電腦的人數　　D為沒有手機，也沒有平板電腦的人數

請選出恆成立的不等式選項。

(1) A＞B　(2) A＞C　(3) B＞C　(4) B＞D　(5) C＞D

解：根據題意，作集合文氏圖如右圖 1、圖 2

圖 1：當 A 最小＝35＋24－45＝14 時，B＝21，C＝10，D＝0

圖 2：當 A 最大＝24 時，C＝0，B＝11，D＝10

$\Rightarrow 14\le A\le 24，11\le B\le 21，0\le C\le 10，0\le D\le 10$

答：(2)(3)(4)

出處：第二冊(排列組合，集合運算)

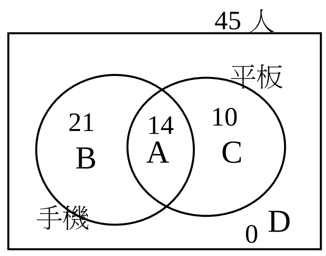


圖 1

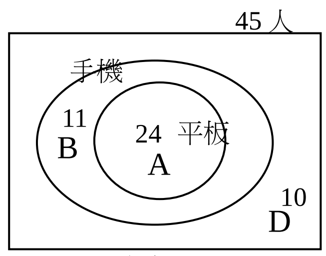


圖 2

第貳部分：選填題(占 50 分)

說明：1.第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(11－37)。

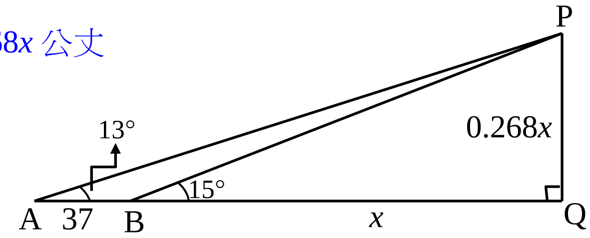
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A.如圖，老王在平地點A測得遠方山頂點P的仰角為13°。老王朝著山的方向前進37公尺後來到點B，再測得山頂點P的仰角為15°。則山高約為 ⑪⑫ 公丈。(四捨五入至個位數，tan13°≈0.231，tan15°≈0.268)

解：1.如圖，在ΔOBQ 中，∵tan15°≈0.268，⇒設$\overline{BQ}=x$ 公丈，$\overline{PQ}=0.0268x$ 公丈

2.在ΔAPQ 中，$\tan 13°=\dfrac{0.268x}{37+x}=0.231$，，$\Rightarrow x=231$

$\Rightarrow \overline{PQ}=0.0268x=0.0268\times 231=61.908\approx 62$



答：62

出處：第二冊(三角)

B.不透明袋中有3白3紅共6個球，球大小形狀相同，僅顏色相異。甲、乙、丙、丁、戊5人依甲第一、乙第二、⋯⋯、戊第五的次序，從袋中各取一球，取後不放回。試問在甲、乙取出不同色球的條件下，戊取得紅球的機率為 $\dfrac{⑬}{⑭}$ 。(化為最簡分數）

解：根據題意，甲、乙取出不同色球，戊取得紅球的可能情形(即剩下為紅、白球)如下：

甲	乙	丙	丁	戊	剩球	機率	合計機率
白	紅	白	白	紅	紅	$\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}\times1$	$\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times(\frac{1}{6}+\frac{1}{6})$
紅	白	白	白			$\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}\times1$	$=\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}$
紅	白	紅	白	紅	白	$\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times1$	$\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times(\frac{2}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2})\times4$
紅	白	白	紅			$\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times1$	$=\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}$
白	紅	紅	白			$\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times1$	
白	紅	白	紅			$\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times1$	

P(甲、乙取出不同色球)＝P(甲紅乙白)＋P(甲白乙紅)$=\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}+\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}=2(\frac{3}{6}\times\frac{3}{5})$

P(甲紅乙白，戊紅，剩下紅)＋P(甲白乙紅，戊紅，剩下白)$=\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}+\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}$ (如上表)

P(甲、乙取出不同色球且戊紅 | 甲、乙取出不同色球)$=\dfrac{\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}}{2(\frac{3}{6}\times\frac{3}{5})}=\frac{1}{2}$

答：$\frac{1}{2}$

出處：第二冊(條件機率)

C.小燦預定在陽台上種植玫瑰、百合、菊花和向日葵等四種盆栽。如果陽台上的空間最多能種8盆，可以不必擺滿，並且每種花至少一盆，則小燦買盆栽的方法共有_⑮⑯_種。

解：根據題意，設玫瑰、百合、菊花、向日葵各擺 a，b，c，d 盆，a，b，c，d 皆為大於等於 1 的正整數

即求 $a+b+c+d\le 8$ 的正整數解

令 $a=a'+1\ge1$，$b=b'+1\ge1$，$c=c'+1\ge1$，$d=d'+1\ge1$，得知 $a'\ge0$，$b'\ge0$，$c'\ge0$，$d'\ge0$，

⇒即求 $a'+b'+c'+d'\le 4$ 的非負整數解

設實數 k，使得 $a'+b'+c'+d'+k=4$ 的非負整數解，⇒方法數有 $H^5_4=C^{5+4-1}_4=C^8_4=\frac{8\times7\times6\times5}{4!}=70$

答：70

出處：第二冊(排列組合，重複組合)

D.平面$x-y+z=0$與三平面 $x=2$，$x-y=-2$，$x+y=2$分別相交所得的三直線可圍成一個三角形。此三角形之周長化成最簡根式，可表為$a\sqrt{b}+c\sqrt{d}$，其中a，b，c，d為正整數且$b<d$，則$a=$_⑰_，$b=$_⑱_，$c=$_⑲_，$d=$_⑳_。

解：1.設平面 E：$x-y+z=0$，平面 E_1：$x=2$，平面 E_2：$x-y=-2$，平面 E_3：$x+y=2$

2.令圍成之三角形為ΔABC，且設其頂點 A，B，C 分別解下列各聯立方程式：

A 點$\begin{cases}E:x-y+z=0\\E_1:x=2\\E_2:x-y=-2\end{cases}$，B 點$\begin{cases}E:x-y+z=0\\E_1:x=2\\E_3:x+y=2\end{cases}$，C 點$\begin{cases}E:x-y+z=0\\E_2:x-y=-2\\E_3:x+y=2\end{cases}$

⇒A(2，4，2)，B(2，0，−2)，C(0，2，2)

3.$\overline{AB}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$，$\overline{BC}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$，$\overline{AC}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

ΔABC 之周長$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=4\sqrt{2}+2\sqrt{6}+2\sqrt{2}=6\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

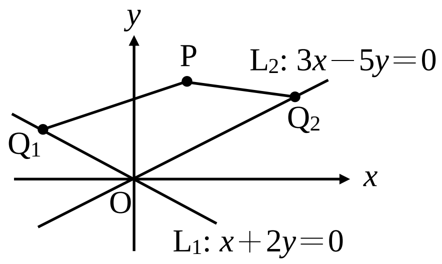
⇒$6\sqrt{2}+2\sqrt{6}=a\sqrt{b}+c\sqrt{d}$，∵$b<d$，∴$a=6$，$b=2$，$c=2$，$d=6$

答：6，2，2，6

出處：第四冊(空間中的平面與直線)

E.坐標平面上，直線L_1與L_2的方程式分別為$x+2y=0$與$3x-5y=0$。為了確定平面上某一定點P的坐標，從L_1上的一點Q_1偵測得向量$\overrightarrow{Q_1P}=(-7，9)$，再從$L_2$上的一點$Q_2$偵測得向量$\overrightarrow{Q_2P}=(-6，-8)$，則P點的坐標為(㉑ ， ㉒)。

解：根據題意，作圖如右(不失一般性)，且設 $P(x，y)$



1. Q_1 在 L_1 上，設 $Q_1(-2t，t)$，$t\in R$；Q_2 在 L_2 上，設 $Q_2(5k，3k)$，$k\in R$

$\Rightarrow \overrightarrow{Q_1P}=(-7，9)=(x+2t，y-t)，\Rightarrow \begin{cases} x+2t=-7 \\ y-t=9 \end{cases}，\Rightarrow x+2y=11$

$\overrightarrow{Q_2P}=(-6，-8)=(x-5k，y-3k)，\Rightarrow \begin{cases} x-5k=-6 \\ y-3k=-8 \end{cases}，\Rightarrow 3x-5y=22$

2.由$\begin{cases} x+2y=11 \\ 3x-5y=22 \end{cases}$解得$\begin{cases} x=9 \\ y=1 \end{cases}$，即 P(9，1)

答：9，1

出處：第三冊(平面向量)

F.小華準備向銀行貸款3百萬元當做創業基金，其年利率爲3%，約定三年期滿一次還清貸款的本利和。銀行貸款一般以複利(每年複利一次)計息還款，但給小華創業優惠改以單利計息還款。試問在此優惠下，小華在三年期滿還款時可以比一般複利計息少繳 ㉓㉔㉕㉖ 元。

解：複利計息(貸款)：本利和＝300 萬×$(1+3\%)^3$＝300 萬×(1.092727)＝3278181

單利計息(還款)：本利和＝300 萬×$(1+3\%\times3)$＝300 萬×(1.09)＝3270000

少繳(相差)＝3278181－3270000＝8181

答：8181

出處：第一冊(指數與對數，單複利計息)

G.某一公司，有A、B、C三個營業據點，開始時各有36位營業員，為了讓營業員了解各據點業務狀況， 所以進行兩次調動。每次調動都是：

將當時A據點營業員中的1/6調到B據點、1/6調到C據點；

將當時B據點營業員中的1/6調到A據點、1/3調到C據點；

將當時C據點營業員中的1/6調到A據點、1/6調到B據點。

則兩次的調動後，C 據點有 ㉗㉘ 位營業員。

解：1.根據題意，列表如下

變換前 / 變換後	A 據點	B 據點	C 據點
A 據點	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
B 據點	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$
C 據點	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{6}$

，⇒轉移矩陣 $P=\begin{bmatrix} \frac{4}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{3}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{4}{6} \end{bmatrix}$，初始矩陣 $X_0=\begin{bmatrix} 36 \\ 36 \\ 36 \end{bmatrix}$

2.第一次調動 $X_1=P\,X_0=\begin{bmatrix} \frac{4}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{3}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{4}{6} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 36 \\ 36 \\ 36 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 36 \\ 30 \\ 42 \end{bmatrix}$

第二次調動 $X_2=P\,X_1=\begin{bmatrix} \frac{4}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{3}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{4}{6} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 36 \\ 30 \\ 42 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 36 \\ 28 \\ 44 \end{bmatrix}$

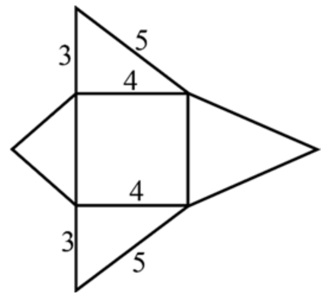
⇒得知第二次調動 X_2 中 C 據點有 44 位營業員

答：44

出處：第四冊(矩陣，馬可夫轉移矩陣)

H.有一底面為正方形的四角錐，其展開圖如下圖所示，其中兩側面的三角形邊長為3，4，5，

則此角錐的體積為 $\dfrac{㉙㉚\sqrt{㉛}}{3}$ 。(化為最簡根式)



解：1.根據題意，設此角錐為 P－ABCD，如右圖

2.設 E、F 分別為$\overline{AB}$、$\overline{CD}$之中點，連接$\overline{PE}$、$\overline{PF}$、$\overline{EF}$

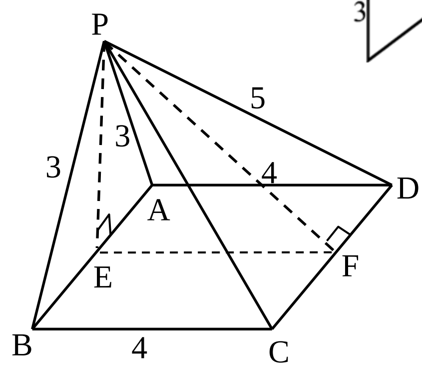
∵ΔPAB、ΔPCD 均為等腰三角形，∴$\overline{PE}\perp\overline{AB}$、$\overline{PF}\perp\overline{CD}$

3.在ΔPEA 中，$\overline{PE}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$

在ΔPCD 中，$\overline{PF}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$

⇒在ΔPEF 中，∵ $\sqrt{21}^2=\sqrt{5}^2+4^2$，即 $\overline{PF}^2=\overline{PE}^2+\overline{EF}^2$

∴$\overline{PE}\perp\overline{EF}$，⇒$\overline{PE}$為角錐的高

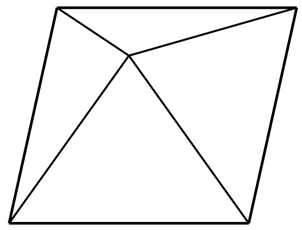


4.角錐的體積＝$\frac{1}{3}$(ABCD 面積)($\overline{PE}$)＝$\frac{1}{3}\times4^2\times\sqrt{5}=\frac{16\sqrt{5}}{3}$

答：$\dfrac{16\sqrt{5}}{3}$

出處：第四冊(空間向量，空間概念，立體體積求法)

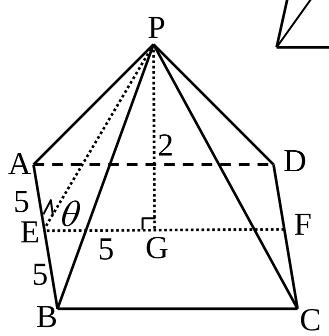
I.在空間中，一個斜面的「坡度」定義為斜面與水平面夾角θ的正切值$\tan\theta$。



若一金字塔(底部為一正方形，四個斜面為等腰三角形)的每一個斜面的坡度皆為$\frac{2}{5}$，

如圖。則相鄰斜面的夾角的餘弦函數的絕對值為 $\dfrac{㉜㉝}{㉞㉟}$ 。(化為最簡分數)

解：1.根據題意，不失一般性，作一四角錐 P－ABCD，如右圖



2.設ΔPAB 與底平面 ABCD 坡度為$\frac{2}{5}$，

即 E、F、G 為$\overline{AB}$、$\overline{CD}$、$\overline{EF}$的中點，連接$\overline{PE}$，作$\overline{PG}\perp\overline{EF}$

⇒在ΔPEG 中，∠PEG＝θ，且 $\tan\theta=\frac{2}{5}$

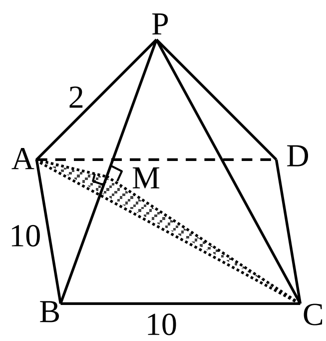
⇒令$\overline{EG}=5$，$\overline{PG}=2$，⇒$\overline{AB}=10$，$\overline{PE}=\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}$

∴在ΔAPE 中，$\overline{AP}=2\sqrt{\sqrt{29}^2+5^2}=\sqrt{54}$＝等腰三角形之邊長

3.設相鄰斜面 PAB 與 PBC 的夾角為φ，

(1)∵ΔPAB 與ΔPBC 的交線為$\overline{PB}$，∴取$\overline{PB}$之中點 M，作$\overline{AM}\perp\overline{PB}$，$\overline{CM}\perp\overline{PB}$

⇒連接$\overline{AC}$，∴兩面角∠AMC＝φ，如右圖



(2)由∵ΔABP 面積＝$\frac{1}{2}\overline{AB}\times\overline{PE}=\frac{1}{2}\overline{PB}\times\overline{AM}$，⇒$\frac{1}{2}\times10\times\sqrt{29}=\frac{1}{2}\times\sqrt{54}\times\overline{AM}$

⇒$\overline{AM}=\dfrac{10\sqrt{29}}{\sqrt{54}}$，則得知$\overline{CM}=\dfrac{10\sqrt{29}}{\sqrt{54}}$

(3)在ΔAMC 中，由餘弦定理 $\cos\varphi=\dfrac{\overline{AM}^2+\overline{CM}^2-\overline{AC}^2}{2\overline{AM}\times\overline{CM}}=\dfrac{(\frac{10\sqrt{29}}{\sqrt{54}})^2+(\frac{10\sqrt{29}}{\sqrt{54}})^2-(10\sqrt{2})^2}{2(\frac{10\sqrt{29}}{\sqrt{54}})\times(\frac{10\sqrt{29}}{\sqrt{54}})}=-\dfrac{25}{29}$

⇒餘弦函數的絕對值＝$|\cos\varphi|=|-\frac{25}{29}|=\frac{25}{29}$

答：$\dfrac{25}{29}$

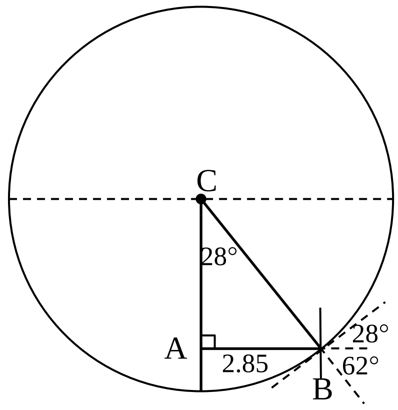
出處：第四冊(空間向量，兩面角)

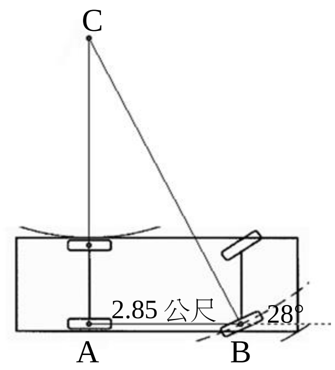
J.下圖為汽車迴轉示意圖。汽車迴轉時，將方向盤轉動到極限，以低速讓汽車進行轉向圓周運動，汽車轉向時所形成的圓周的半徑就是迴轉半徑，如圖中的$\overline{BC}$即是。已知在低速前進時，圖中A處的輪胎行進方向與$\overline{AC}$垂直，B處的輪胎行進方向與$\overline{BC}$垂直。在圖中，已知軸距$\overline{AB}$為2.85公尺，方向盤轉到極限時，輪子方向偏了28度，試問此車的迴轉半徑$\overline{BC}$為 ㊱.㊲ 公尺。(小數點後第一位以下四捨五入，$\sin 28°\approx 0.4695$，$\cos 28°\approx 0.8829$)

解：如右圖，在ΔABC 中，∠ACB＝28°

$$\Rightarrow \because \sin 28° = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{2.85}{\overline{BC}}$$

$$\therefore \overline{BC} = \frac{2.85}{\sin 28°} = \frac{2.85}{0.4695} \approx 6.07 \approx 6.1$$





答：6.1

出處：第二冊(三角)

104 試題分布分析

冊別	複習單元	章節	104 學測題目	占分
第 1 冊	單元 1	Ch1 數與式		0
	單元 2	Ch2 多項式函數	6	5
	單元 3	Ch3 指數、對數函數	2，7，F	15
第 2 冊	單元 4	Ch1 數列與級數	1	5
	單元 5	Ch2 排列、組合	10，C	10
	單元 6	Ch3 機率	3，B	10
	單元 7	Ch4 數據分析	5	5
第 3 冊	單元 8	Ch1 三角	A，J	10
	單元 9	Ch2 直線與圓	4	5
	單元 10	Ch3 平面向量	9，E	10
第 4 冊	單元 11	Ch1 空間向量	H	5
	單元 12	Ch2 空間中的平面與直線	D，I	10
	單元 13	Ch3 矩陣	G	5
	單元 14	Ch4 二次曲線	8	5
		單選(4)、多選(6)、選填(10)	20 題	100 分

104 試題五標

名稱	頂標	前標	均標	後標	底標	級距
級分						
分數						

參考公式及可能用到的數值

1.首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和＝$\dfrac{n(2a_1+(n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r(r\neq 1)$等比數列的前 n 項之和 $S=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

2.三角函數的和角公式：$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\sin B\cos A$

$\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$

$\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$

3.ΔABC 的正弦定理：$\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sin B}{b}=\dfrac{\sin C}{c}=2R$　(R 為ΔABC 的外接圓半徑)

ΔABC 的餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

4.一維數據 X：x_1，x_2，…，x_n，算術平均數：$\mu_X=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$

標準差：$\sigma_X=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_X)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{n}((\sum_{i=1}^{n}x_i^2)-n\mu_X^2)}$

5.二維數據(X，Y)：$(x_1，y_1)$，$(x_2，y_2)$，…，$(x_n，y_n)$，相關係數 $r_{X,Y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_X)(y_i-\mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線(最適合直線)方程式 $y-\mu_Y=r_{X,Y}\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x-\mu_X)$

6.參考數值：$\sqrt{2}\approx 1.414$；$\sqrt{3}\approx 1.732$；$\sqrt{5}\approx 2.236$；$\sqrt{6}\approx 2.449$；$\pi\approx 3.142$

7.對數值：$\log_{10}2\approx 0.3010$，$\log_{10}3\approx 0.4771$，$\log_{10}5\approx 0.6990$，$\log_{10}7\approx 0.8451$

8.角錐體積＝$\dfrac{1}{3}$底面積×高