

第壹部分：選擇題(單選題、多選題及選填題共占 76 分)

一、單選題(占 12 分)

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下列選項中，哪一個選項之值必大於 2？

(1) $1.\overline{63} \times 1.\overline{1}$ 之值

(2) $\sqrt{1+\sqrt{7}}$ 之值

(3) 若 $a=2$ 、 $b=1$ ，則 $\frac{\pi \times a + \sqrt{2} \times b}{\pi + \sqrt{2}}$ 之值

(4) 若 $|x-1|=2x-4$ ，則 x 之值

(5) 若 $\sqrt{11+\sqrt{72}}$ 之整數部分為 a 、小數部分為 b ，則 $a - \frac{1}{b}$ 之值

2. 在某法庭中，實際無罪者被法官判定無罪的機率為 0.99，而實際有罪者被法官判定無罪的機率為 0.05。已知被告實際有罪的機率為 0.9，現在有一被告被法官認定無罪，但實際上他是有罪的條件機率為 P 。則 P 符合下列哪一個選項？

(1) $0.4 < P < 0.5$

(2) $0.3 < P < 0.4$

(3) $0.2 < P < 0.3$

(4) $0.1 < P < 0.2$

(5) $0 < P < 0.1$

二、多選題（占40分）

說明：第3題至第7題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得8分；答錯1個選項者，得4.8分；答錯2個選項者，得1.6分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 已知整係數多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ 有整係數一次因式， $1 < b < 7$ 且 $f(x) = 0$ 的三根之和為 4。請選出正確的選項。
- (1) $b = 6$
 - (2) $y = f(x)$ 圖形與 x 軸有 3 個交點
 - (3) $f(x) > 0$ 的解為 $x > 2$
 - (4) $f(4) > f(-4)$
 - (5) 多項式 $(x-2)f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式為 -1
4. 下列有關函數圖形的敘述，請選出正確的選項。
- (1) $y = 2014^x$ 圖形恆在 $y = 10^x$ 圖形的上方
 - (2) $y = \log_{33} x$ 與 $y = \log_{\frac{1}{33}} x$ 兩函數的圖形對稱於 x 軸
 - (3) $y = x$ 圖形恆在 $y = \log_{1.1} x$ 圖形的上方
 - (4) 若 $(\sqrt{3}, b)$ 為函數 $y = \log_2 x$ 圖形上之一點，則 $(-b, \sqrt{3})$ 為函數 $y = (\frac{1}{2})^x$ 圖形上之一點
 - (5) $y = \log_{2014}(x^2 - 6x + 11)$ 圖形與 x 軸相交

5. 設有一組資料 $(x_i, y_i), i=1, 2, 3, \dots, n$ 。已知 x_i 的平均數為 4、標準差為 σ_x ， y_i 的平均數為 3、標準差為 σ_y ，變數 x 與變數 y 的相關係數為 r 。以最小平方方法作 y 對 x 的最適合直線(迴歸直線)過點 $(1, 12)$ 且斜率為 m 。請選出正確的選項。
- (1) $r < 0$
 - (2) $\sigma_y < \sigma_x$
 - (3) y 對 x 的最適合直線為 $y = -3x + 15$
 - (4) $m = r$
 - (5) 若 $\sigma_y = 3\sigma_x$ ，則散佈圖上所有的點恰在 y 對 x 的最適合直線上
6. 某民調機構在甲乙兩地調查贊成多元成家法案的支持率。在甲地調查人數為 m 人，選定 $\alpha\%$ 信心水準之下，支持率之信賴區間為 $[0.36, 0.44]$ ，而在乙地調查人數為 n 人，選定 $\beta\%$ 信心水準之下，支持率之信賴區間為 $[0.46, 0.54]$ 。請選出正確的選項。
- (1) 甲地此次調查結果可解讀為：甲地全體居民有四成支持該法案
 - (2) 甲乙兩地的調查結果，抽樣誤差相同
 - (3) 若 $\alpha\% = 95\%$ ，則甲地調查人數 $m = 600$ 人
 - (4) 若調查人數相同 $m = n$ ，則 $\alpha\% > \beta\%$
 - (5) 若信心水準相同 $\alpha\% = \beta\%$ ，則 $m > n$

7. 下列哪些選項是正確的？

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(-1)^n}{n} \right) = 0$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2} \right) = 0$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^2}{n^3} + \frac{2^2}{n^3} + \frac{3^2}{n^3} + \cdots + \frac{n^2}{n^3} \right) = \frac{1}{3}$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - 2 + 4 - 8 + \cdots + (-2)^{n-1}) = \frac{1}{1 - (-2)}$

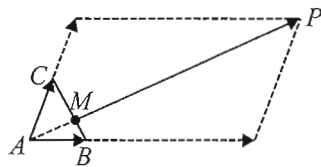
(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - 1 + 1 - 1 + \cdots + (-1)^{n-1}) = 0$

三、選填題 (占 24 分)

說明：1. 第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8~18)。

2. 每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 如圖，設 A 、 B 、 C 三點不共線， P 點與 A 、 B 、 C 三點在同一平面上且 $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{AB}$ ，又 \overline{AP} 交 \overline{BC} 於 M 點，若 $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC} + y\overrightarrow{AB}$ ，則數對 $(x, y) = \left(\frac{\textcircled{8}}{\textcircled{9}}, \frac{\textcircled{10}}{\textcircled{11}} \right)$ 。(化為最簡分數)



- B. 高中畢業時全班一起寫下心願放入時空膠囊，並用一副四位數密碼的號碼鎖鎖住。畢業後同學會大家決定要開啓，但發現忘了號碼鎖的密碼 $abcd$ ，只在膠囊旁邊發現以下提示：二階方陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，且 $A^7 + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 。則這副號碼鎖的正確密碼為 ⑫⑬⑭⑮。

- C. 本著健康、低碳的理念，租 U-bike 的人愈來愈多。假設 U-bike 租用前 30 分免費，之後每 30 分鐘 10 元，使用時間不足 30 分鐘，以 30 分鐘計費。今甲、乙兩人獨立來租車一次，已知甲、乙兩人租車 30 分鐘內還車的機率分別為 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{2}$ ；甲、乙兩人 30 分鐘到 60 分鐘還車的機率分別為 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 。若兩人租車時間都不會超過 90 分鐘，則兩人租車費用總合的期望值為 $\frac{\textcircled{16}\textcircled{17}}{\textcircled{18}}$ 元。(化為最簡分數)

———以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷———

第貳部分：非選擇題(占 24 分)

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號(一、二)與子題號((1)、(2)、……)，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、某服飾店舉辦「年終特賣會」，沛岑前去選購衣服送給媽媽。因生意太好，最後只剩十件衣服，其中：

A 品牌的相同衣服剩四件，每賣一件服飾店會賠 20 元；

B 品牌的相同衣服剩三件，每賣一件服飾店會賠 5 元；

C 品牌的相同衣服剩三件，每賣一件服飾店會賺 10 元。

- (1) 若任選三件，則選法有多少種？(3 分)
- (2) 若選出的三件衣服、服飾店恰好不賺不賠，則選法有多少種？(3 分)
- (3) 任選三件，求服飾店恰好不賺不賠的機率。(6 分)

二、農夫有田地 30 公頃，資金 80 萬元，肥料 600 公斤。依據經驗：若在田地上種高麗菜，每公頃成本為 1 萬元、肥料需要 30 公斤、產量為 1500 公斤；若在田地上種蘿蔔，每公頃成本為 3 萬元、肥料需要 15 公斤、產量為 2000 公斤。設高麗菜每公斤利潤為 2 元，蘿蔔每公斤利潤為 3 元。如果農夫在田地上種高麗菜 x 公頃，蘿蔔 y 公頃，可獲得利潤為 P 。

- (1) 試以 x 、 y 表示利潤 P 。(2 分)
- (2) 列出 x 、 y 的限制條件。(4 分)並在坐標平面上畫出可行解區域的圖形。(3 分)
- (3) 如果想獲得最大利潤，則應種高麗菜、蘿蔔各多少公頃？最大利潤多少元？(3 分)



數學乙考科解析

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	2	134	24	135	234	13	1	3	2
11	12	13	14	15	16	17	18		
3	1	1	0	9	3	5	2		

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. (1) $1.\overline{63} \times 1.\overline{1} = 1 \frac{63}{99} \times 1 \frac{1}{9} = \frac{18}{11} \times \frac{10}{9} = \frac{20}{11}$

(2) $\sqrt{1+\sqrt{7}} < \sqrt{1+3} = 2$

(3) 根據分點公式， $\frac{\pi \times a + \sqrt{2} \times b}{\pi + \sqrt{2}}$ 介於 1 與 2 之間

(4) 當 $x-1 \geq 0$, ($x \geq 1$) 時, $x-1 = 2x-4$, $x=3$

當 $x-1 \leq 0$, ($x \leq 1$) 時, $-x+1 = 2x-4$, $x = \frac{5}{3}$ (不合)

(5) $\sqrt{11+\sqrt{72}} = \sqrt{11+2\sqrt{18}} = \sqrt{9+\sqrt{2}} = 3+\sqrt{2}$

$\therefore a=4, b=3+\sqrt{2}-4 = \sqrt{2}-1$

$\therefore \frac{1}{b} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1, \therefore a - \frac{1}{b} = 3 - \sqrt{2}$

故選(4)

2. 事件 A：被告實際有罪

事件 A'：被告實際無罪

事件 B：被告被法官判定有罪

事件 B'：被告被法官判定無罪

且 $P(A) = 0.9, P(A') = 0.1, P(B|A) = 0.95, P(B'|A) = 0.05,$
 $P(B|A') = 0.01, P(B'|A') = 0.99$

則 $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.9 \times 0.05}{0.9 \times 0.05 + 0.1 \times 0.99} = \frac{45}{45 + 99} = 0.3125$, 故選(2)

二、多選題

3. 令 $f(x) = 0$ 三根為 α, β, γ 由根與係數知 $\alpha + \beta + \gamma = -a = 4$, $a = -4$

(1) 因多項式有整係數一次因式, 由整係數一次因式檢驗法檢驗 $(x-1), (x+1), (x-2), (x+2), (x-4), (x+4)$

且 $1 < b < 7$, 得知有一次因式 $(x-2)$, 故 $b=6$

(2) 由(1)知 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 4 = (x-2)(x^2 - 2x + 2)$ 僅有一實數解

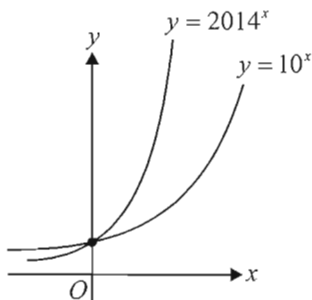
(3) $f(x) > 0$, 且 $x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1 \geq 1$, 故 $x > 2$

(4) $x > 2, f(x) > 0$; $x < 2, f(x) < 0$, 則 $f(4) > f(-4)$

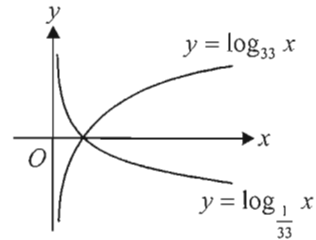
(5) 多項式 $(x-2)f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式
 $= (1-2)f(1) = (-1) \times (-1) = 1$

故選(1)(3)(4)

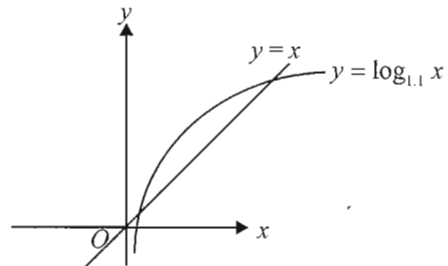
4. (1)



(2)



(3)



(4) $(\sqrt{3}, b)$ 為函數 $y = \log_2 x$ 圖形上之一點, 即 $2^b = \sqrt{3}$,

又 $(\frac{1}{2})^{-b} = (2^{-1})^{-b} = 2^b = \sqrt{3}, \therefore (-b, \sqrt{3})$ 為函數 $y = (\frac{1}{2})^x$ 圖形上之一點

(5) $y = \log_{2014}(x^2 - 6x + 11)$

$= \log_{2014}(x-3)^2 + 2 \geq \log_{2014} 2 > \log_{2014} 1 = 0$ 與 x 軸無交點
 故選(2)(4)

5. (1) y 對 x 的迴歸直線過 $(4, 3)$ 與 $(1, 12)$ 兩點, 故此直線

$L: y = -3x + 15, m = -3$, 又 $m = r \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$

知 m 與 r 同號, 故 $r < 0$

(2) $m = r \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$, 且 $m = -3, -1 \leq r < 0$, 得 $\frac{\sigma_y}{\sigma_x} \geq 3$

(3) 由(1)知迴歸直線 $y = -3x + 15$

(4) $m = -3, -1 \leq r < 0$, 故 $m \neq r$

(5) 由 $m = r \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$, 知 $-3 = r \times 3$ 得 $r = -1$

故選(1)(3)(5)

6. (1) 甲地的母體支持率 $P_{甲}$ 不知道

(2) $\hat{P}_{甲} = \frac{0.36 + 0.44}{2} = 0.4$, 甲地抽樣誤差為 $\frac{0.44 - 0.36}{2} = 0.04$

$\hat{P}_{乙} = \frac{0.46 + 0.54}{2} = 0.5$, 乙地抽樣誤差為 $\frac{0.54 - 0.46}{2} = 0.04$

(3) 若 $\alpha\% = 95\%$, 則甲地抽樣誤差 $0.04 = 2 \sqrt{\frac{0.4 \cdot (1-0.4)}{m}}$

故 $m = 600$ 人

(4) 若抽樣人數 $m = n$, 抽樣誤差皆為 0.04

故 $k_1 \cdot \sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{m}} = k_2 \cdot \sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{n}}$, 可知 $k_1 > k_2$, 則 $\alpha\% > \beta\%$

(5) 若 $\alpha\% = \beta\%$, 抽樣誤差皆為 0.04

故 $k \cdot \sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{m}} = k \cdot \sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{n}}$, 則 $m < n$

故選(2)(3)(4)

7. (1) 原式 = 0

$$(2) \text{ 原式} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n}{2n^2} = \frac{1}{2}$$

$$(3) \text{ 原式} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}{n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^3+3n^2+n)}{6n^3} = \frac{1}{3}$$

(4) 公比 $r = \frac{\text{後項}}{\text{前項}} = \frac{-2}{1} = -2$ ，因為無窮等比級數收斂條件為 $-1 < r < 1$ ，故此為發散

(5) 公比 $r = \frac{\text{後項}}{\text{前項}} = \frac{-1}{1} = -1$ ，因為無窮等比級數收斂條件為 $-1 < r < 1$ ，故此為發散
故選(1)(3)

三、選填題

A. 令 $\vec{AM} = t\vec{AP}$ ($t \in \mathbb{R}$)，故 $\vec{AM} = 2t\vec{AC} + 4t\vec{AB}$ ，已知 B, M, C 三點共線，則 $2t + 4t = 1$ ， $t = \frac{1}{6}$ ，故 $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{2}{3}\vec{AB}$

B. $A \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I, \therefore A^4 = I$$

$$\therefore A^7 = A^4 \cdot A^3 = A^3 = -I \cdot A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^7 + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

正確密碼為 1109

C. 【解法 1】

甲+乙	10+0	0+10	10+10	20+0	0+20	10+20	20+10	20+20
租車費用總合 X	10	10	20	20	20	30	30	40
機率 P	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

$$E(X) = 10 \times \frac{1}{4} + 10 \times \frac{1}{16} + 20 \times \frac{1}{8} + 20 \times \frac{1}{8} + 20 \times \frac{1}{16} + 30 \times \frac{1}{8} + 30 \times \frac{1}{16} + 40 \times \frac{1}{16} = \frac{35}{2}$$

【解法 2】

$$E[\text{甲} + \text{乙}] = E[\text{甲}] + E[\text{乙}] = (30 \sim 60 \text{分}) 10 \times \frac{1}{2} + 10 \times \frac{1}{4} + (60 \sim 90 \text{分}) 20 \times (1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}) + 20 \times (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}) = \frac{35}{2}$$

第貳部分：非選擇題

一、(1) 【解法 1】

3 同： $C_1^3 = 3$

2 同 1 異： $C_1^3 C_1^2 = 6$

3 異： $C_3^3 = 1$ 共 $3+6+1=10$ 種 (3 分)

【解法 2】

列出所有可能：

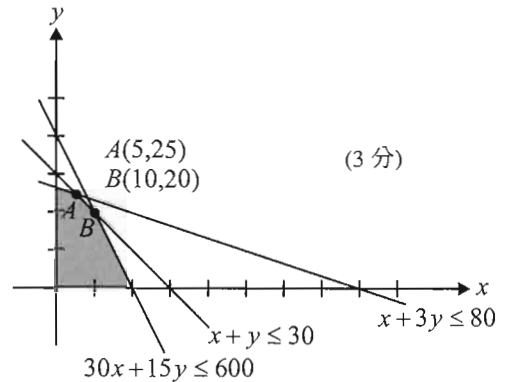
AAA、BBB、CCC、AAB、AAC、BBA、BBC、CCA、CCB、ABC 共 10 種

(2) ACC、BBC 共 2 種 (3 分)

$$(3) \frac{C_1^4 C_2^3 + C_2^3 C_1^3}{C_3^{10}} = \frac{12+9}{120} = \frac{7}{40} \quad (6 \text{分})$$

二、(1) $P(x, y) = (1500x) \cdot 2 + (2000y) \cdot 3 = 3000x + 6000y$ (2 分)

$$(2) \begin{cases} x+y \leq 30 \\ x+3y \leq 80 \\ 30x+15y \leq 600 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \quad (4 \text{分})$$



(3) 頂點法

(x, y)	A(5, 25)	B(10, 20)
$P = 3000x + 6000y$	165000	150000

種高麗菜 5 公頃、蘿蔔 25 公頃，可得最大利潤 16.5 萬元 (3 分)