

數學王子 ~ 高斯(Gauss) (學生講義)

十八世紀，德國誕生了一名偉大的科學家高斯(Gauss Carl Friedrich 1777–1855)，他是當代最傑出的天文學家和數學家。有「數學王子」之稱的高斯是近代數學的奠基者之一，可以與阿基米德、牛頓、尤拉並列。

高斯年幼時已表現出超卓的數學才華。他還不到三歲的時候，有一天他觀看父親在計算受他管轄的工人們的周薪。父親在喃喃的計數，最後長嘆的一聲表示總算把錢算出來。父親唸出錢數，準備寫下時，身邊傳來微小的聲音「爸爸！算錯了，錢應該是這樣……。」父親驚異地再算一次，果然小高斯講的數是正確的，奇特的地方是沒有人教過高斯怎麼樣計算，而小高斯平日靠觀察，在大人不知不覺時，他自己學會了計算。



當他還在唸小學時，某天老師要求學生們計算以下的算式：

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 + 100 = ?$$

在老師把問題講完不久，高斯就在他的小石板上端端正正地寫下答案 5050，而其他孩子算到頭昏腦脹，還是算不出來。最後只有高斯的答案是正確無誤。

原來 $1 + 100 = 101$

$$2 + 99 = 101$$

$$3 + 98 = 101$$

.....

$$50 + 51 = 101$$

前後兩項兩兩相加，就成了 50 對和都是 101 的配對了，即 $101 \times 50 = 5050$ ，高斯就是這樣巧妙地利用運算的規律迅速地解決了問題。

註：等差級數公式 $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

高斯在十一歲的時候就發現了二項式定理 $(x + y)^n$ 的一般情形，這裡 n 可以是正負整數或正負分數，所以當他還是一個小學生時就對無窮的問題注意了。

我們知道當 $n \geq 3$ 時，正 n 邊形是指那些每一邊都相等，內角也一樣的 n 邊多邊形。但是當時沒有人知道怎麼用直尺和圓規構造十七邊多邊形，未滿十九歲的高斯，僅僅利用一個晚上的時間，就解決了一椿兩千多年的數學懸案——正 17 邊形的尺規作圖。二十歲時高斯在他的日記上寫，他有許多數學想法出現在腦海中。

由於時間不定，因此只能記錄一小部份。幸虧他把研究的成果寫成一本叫〈算學研究〉(Disquisitiones Arithmeticae)，並且在二十四歲時出版，這書是用拉丁文寫，原來有八章，由於錢不夠，只好印七章，這書可以說是數論第一本有系統的著作，也奠定了近代數論的基礎，高斯第一次介紹“同餘”這個概念。而他在年僅 22 歲時完成的博士論文中發展了複數的概念，並用以建立代數基本定理(Fundamental Theorem of Algebra)。此後，Gauss 投入天文學，物理學等的研究，一直到晚年才全神回到數學的研究上來。

高斯的座右銘是「稀少，但成熟」(Few but ripe)。他又主張作品不應該留下鑽鑿過的痕跡，就如同一座蓋好的教堂毫不留下先前鷹架林立，辛勤勞作過的跡象般所以高斯不多寫，但寫成的作品則以敘述簡潔、內容豐實著稱。高斯的研究範圍廣泛，其中許多成就光一項就足以讓他

名留千古，不過高斯晚年最想要刻在墓碑上的還是將圓十七等份的正十七邊形，只是石匠認為刻好後看起來恐怕與圓無異才作罷。

高斯會有此念，除了這是他選擇人生道路的轉捩點，更是因為當年解開千古數學難題的悸動令他永難忘懷吧？！1855 年高斯心臟病發逝世後不久漢諾君主喬治五世為表彰高斯的豐功偉業，敕令鑄造一個七公分直徑的紀念金章送給高斯家族，金章邊緣以拉丁文刻著 "Georgius V. rex Hannoverage Mathematicorum principi" (漢諾君主喬治五世向數學家之王致敬)。從此，稱呼高斯為「數學之王」的名號不脛而走，由於高斯的對數學的貢獻很大，所以有不少記念他的物品，最為人所知的是德國的十馬克紙幣以印有高斯的肖像，此外還有郵票和以他的名字命名的獎項「高斯獎」(Gauss Prize)等。



高斯的肖像被印在從1989年至2001年流通的10德國馬克的紙幣上



數學家高斯郵票