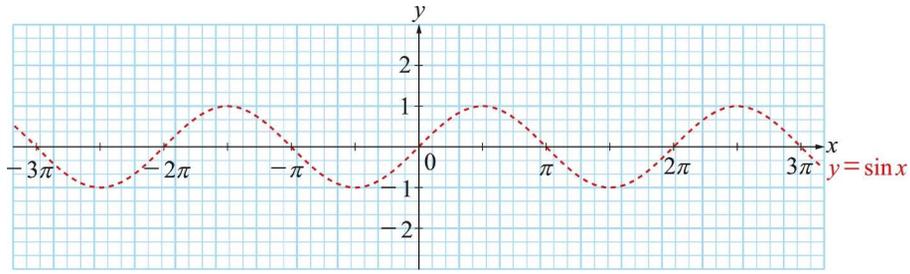


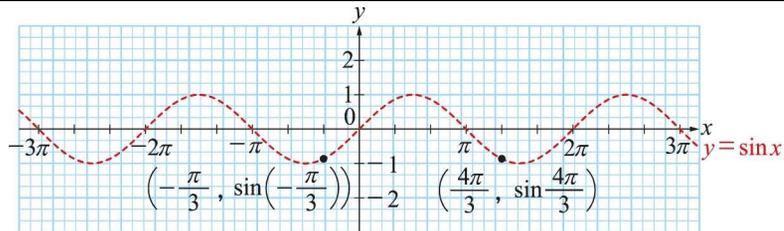
習題 1-2 解答

一、基本題

1. 試在 $y = \sin x$ 的圖形上標出點 $\left(\frac{4\pi}{3}, \sin\frac{4\pi}{3}\right)$, $\left(-\frac{\pi}{3}, \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$ 。

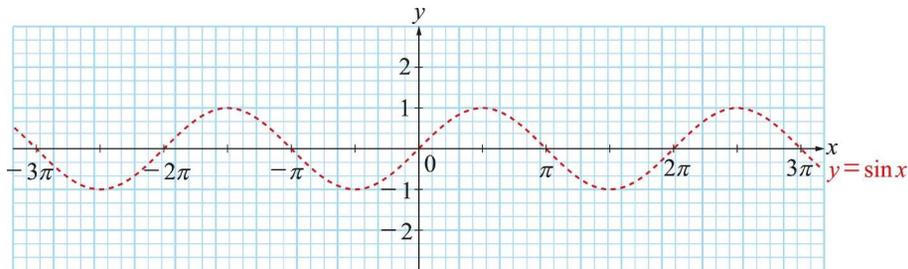


解

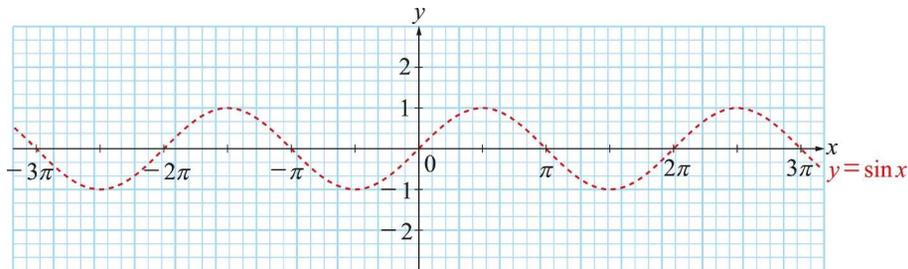


2. 試利用 $y = \sin x$ 的圖形畫出以下圖形。

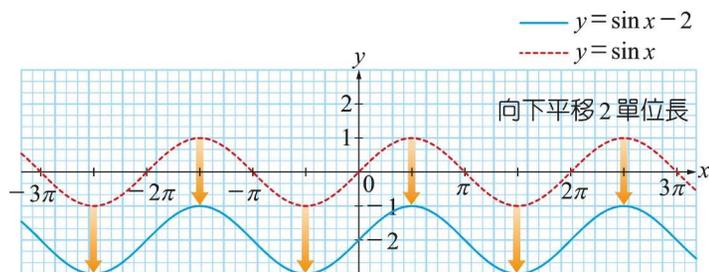
- (1) $y = \sin x - 2$ 。



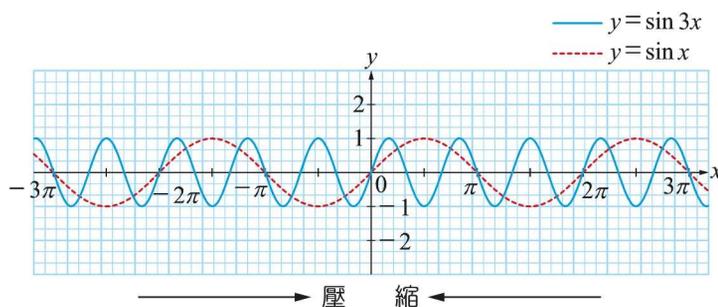
- (2) $y = \sin 3x$ 。



解 (1) $y = \sin x - 2$ 的圖形就是將 $y = \sin x$ 的圖形向下平移 2 單位長，如下圖。

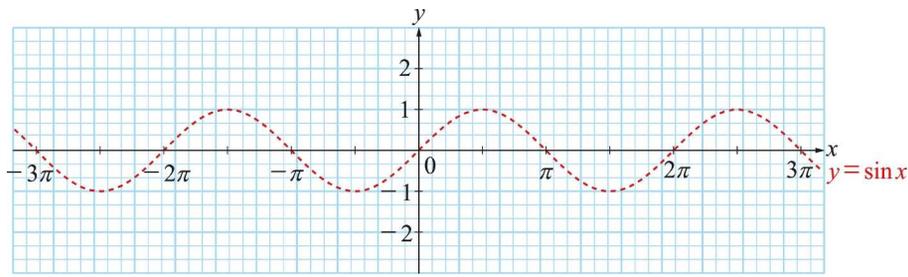


(2) $y = \sin 3x$ 的圖形就是將 $y = \sin x$ 的圖形沿水平方向壓縮為 $\frac{1}{3}$ 倍而得，如下圖。

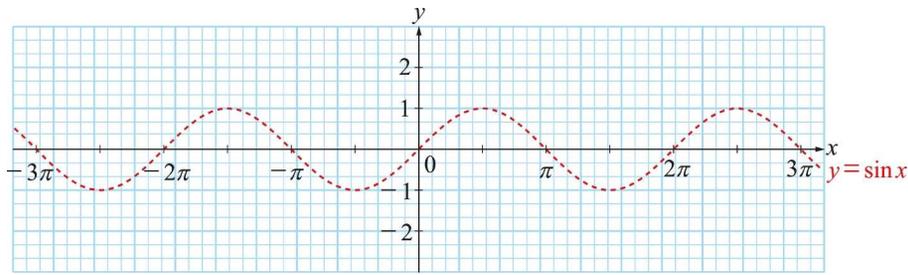


3. 試利用 $y = \sin x$ 的圖形畫出以下圖形。

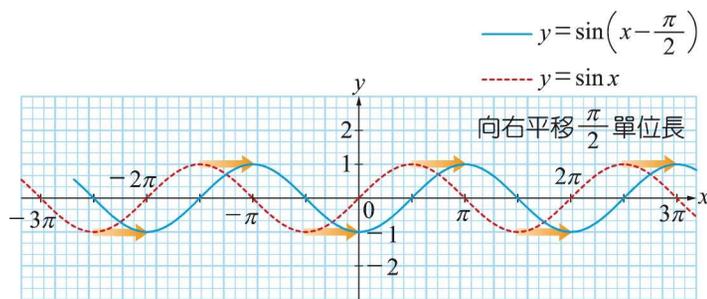
(1) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ 。



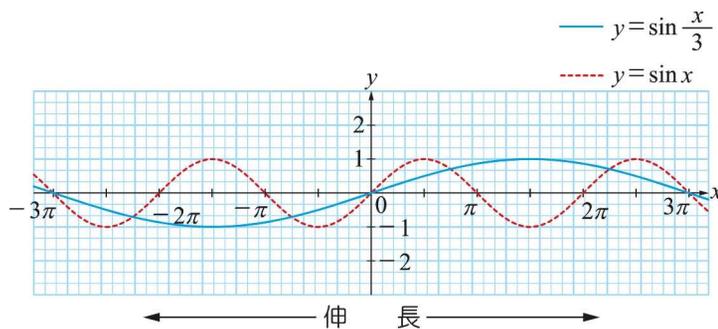
(2) $y = \sin \frac{x}{3}$ 。



解 (1) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ 的圖形就是將 $y = \sin x$ 的圖形向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位長，如下圖。



(2) $y = \sin \frac{x}{3}$ 的圖形就是將 $y = \sin x$ 的圖形沿水平方向伸長 3 倍而得，如下圖。



4. 試求下列函數的週期。

(1) $y = \sin \frac{x}{3}$ 。

(2) $y = \sin 3x$ 。

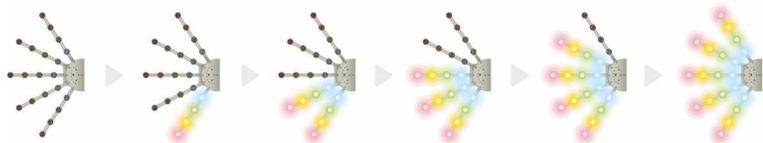
(3) $y = 3 \sin \frac{x}{3}$ 。

解 (1) 週期為 $\frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$ 。

(2) 週期為 $\frac{2\pi}{3}$ 。

(3) 週期為 $\frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$ 。

5. 某路口有兩家檳榔攤的孔雀燈在夜裡閃爍，各自變化甚是好看。小益發現第一家孔雀燈的燈管全滅（下方最左圖）到全亮（下方最右圖）再變到全滅的間隔為 42 秒，而第二家為 30 秒。若晚上 8 點整時兩家的燈管一起全亮，試求到 9 點整之間還會有幾次兩家檳榔攤的燈管一起全亮？



解 先求最小公倍數 $[42, 30] = 210$ ，即每隔 210 秒會再一起全亮。

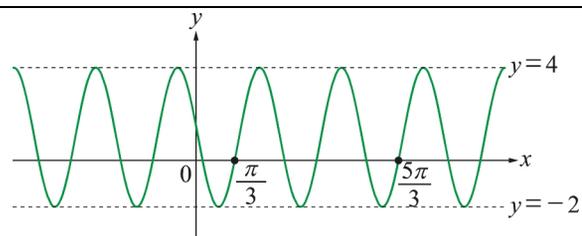
一小時為 3600 秒，則 $\frac{3600}{210} \approx 17.14$ ，

故 8 點整那次不算，則到 9 點整之間還會有 17 次兩家檳榔攤的燈管一起全亮。

二、進階題

6. 右圖為某個週期函數的圖形，試求此函數的

- (1) 週期。
- (2) 振幅。



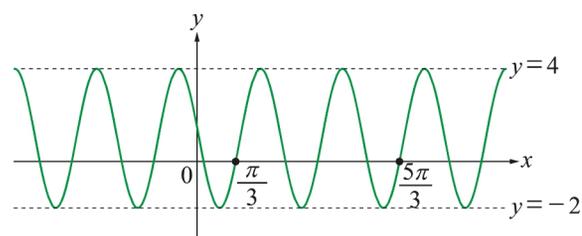
解 (1) 設週期為 T ，觀察圖形可發現從 $x = \frac{\pi}{3}$ 至 $x = \frac{5\pi}{3}$ 共經歷兩個週期，

則 $2T = \frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$ ，故週期為 $T = \frac{2\pi}{3}$ 。

(2) 振幅為 $\frac{4 - (-2)}{2} = 3$ 。

7. 試求函數 $y = 1 + 2 \sin x$ 的

- (1) 定義域。
- (2) 值域。
- (3) 週期。
- (4) 振幅。
- (5) 頻率。

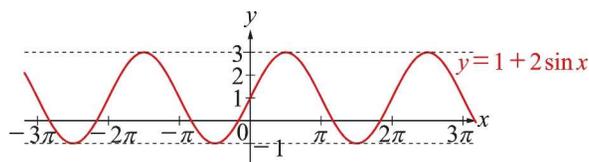


解 $y = 1 + 2 \sin x$ 為 $y = \sin x$ 的圖形振幅放大 2 倍，再向上平移 1 單位長而得，如右圖。

- (1) 定義域為所有實數。
- (2) 值域為區間 $[-1, 3]$ 。
- (3) 週期 $T = 2\pi$ 。

(4) 振幅為 $\frac{3 - (-1)}{2} = 2$ 。

(5) 頻率 $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}$ 。



8. 由標準音高 A4 往上 k 個半音的聲波函數為 $f(x) = \sin(880\pi \times 2^{\frac{k}{12}} x)$ 。已知 A3 為 A4 往下 12 個半音，試求 A3 的頻率為何？

解 因為 A3 為 A4 往下 12 個半音，可得聲波函數為 $f(x) = \sin(880\pi \times 2^{-1} x)$ ，
其頻率為 $\frac{880\pi \times 2^{-1}}{2\pi} = 220$ (赫茲)。

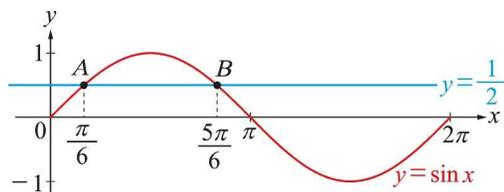
9. 設 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，若 $\sin x \geq \frac{1}{2}$ ，試求 x 的範圍。

解 $y = \sin x$ 與 $y = \frac{1}{2}$ 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 有兩交點

$$A\left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2}\right), B\left(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)。$$

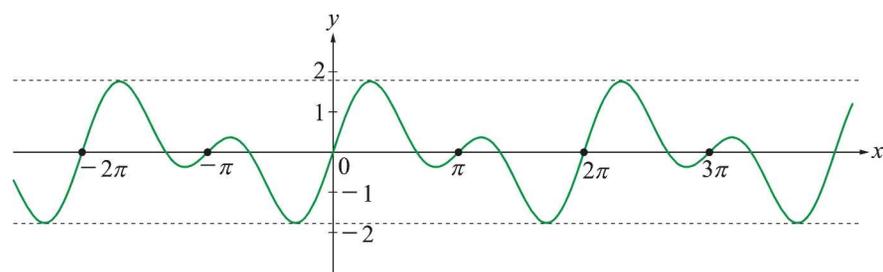
故在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 時，若 $\sin x \geq \frac{1}{2}$ ，

則 x 的範圍為 $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ 。

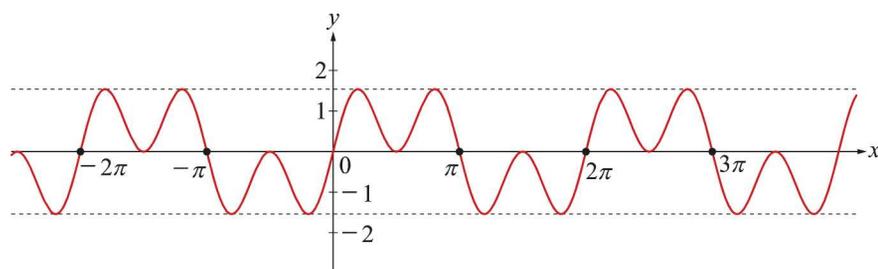


10. 若某週期函數的圖形如下，試求週期分別為何？

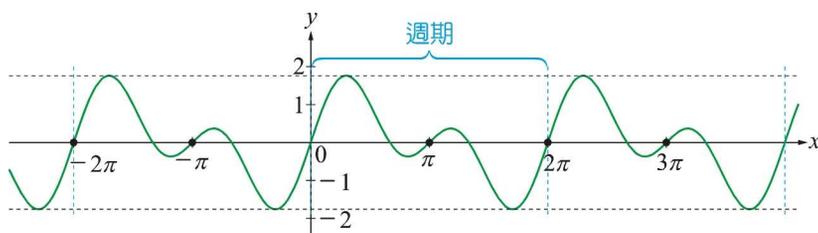
(1)



(2)



解 (1) 觀察圖形可知週期為 2π 。



(2) 觀察圖形可知週期為 π 。

