

習題 1-2 解答

一、基本題

1. (1) 試完成下表：(四捨五入至小數點後第一位)

|   |     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 弧 | 1 弧 | 2 弧 | 3 弧 | 4 弧 | 5 弧 | 6 弧 | 7 弧 | 8 弧 | 9 弧 | 10 弧 |
| 度 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |

(2) 試完成下表：(四捨五入至小數點後第二位)

|   |     |     |     |     |     |     |     |     |     |  |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| 弧 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |  |
| 度 | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° |  |

**解** (1)

|   |       |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 弧 | 1 弧   | 2 弧    | 3 弧    | 4 弧    | 5 弧    | 6 弧    | 7 弧    | 8 弧    | 9 弧    | 10 弧   |
| 度 | 57.3° | 114.6° | 171.9° | 229.2° | 286.5° | 343.8° | 401.1° | 458.4° | 515.7° | 573.0° |

(2)

|   |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 弧 | 0.17 弧 | 0.35 弧 | 0.52 弧 | 0.70 弧 | 0.87 弧 | 1.05 弧 | 1.22 弧 | 1.40 弧 | 1.57 弧 |
| 度 | 10°    | 20°    | 30°    | 40°    | 50°    | 60°    | 70°    | 80°    | 90°    |

2. 將下列角度換為弧，或將弧換為角度 ((4)(5)(6)小題四捨五入至小數點後第二位)：

(1) 210°

(2) -50°

(3)  $\frac{5\pi}{4}$  弧

(4) 4 弧

(5) 25°2'

(6) 1.05 弧 (化為六十進制)

**解** (1)  $210^\circ = 210 \times \frac{\pi}{180}$  弧 =  $\frac{7\pi}{6}$  (弧)

(2)  $-50^\circ = -50 \times \frac{\pi}{180}$  弧 =  $-\frac{5\pi}{18}$  (弧)

(3)  $\frac{5\pi}{4}$  (弧) =  $\frac{5\pi}{4} \times \left(\frac{\pi}{180}\right)^\circ = 225^\circ$

(4) 按計算機可得 4 (弧)  $\approx 229.1831181^\circ \approx 229.18^\circ$

(5) 按計算機可得 25°2'  $\approx 0.436914089 \approx 0.44$  (弧)

(6) 按計算機可得 1.05 (弧)  $\approx 60^\circ 9' 38.05''$

3. 試求下列各三角比：

(1)  $\sin \frac{\pi}{3}$

(2)  $\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

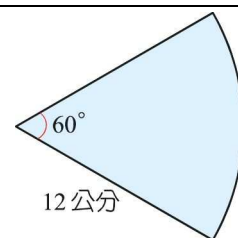
(3)  $\cos 1.2^\circ$  (四捨五入至小數點後第三位)

**解** (1)  $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2)  $\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$

(3)  $\cos 1.2 \approx 0.362357754 \approx 0.362$

4. 已知一扇形半徑為 12 公分，圓心角為  $60^\circ$ ，試求此扇形的弧長與面積



**解**  $60^\circ = 60 \times \frac{\pi}{180}$  徑  $= \frac{\pi}{3}$  (徑)

弧長  $s = r\theta = 12 \times \frac{\pi}{3} = 4\pi$  (公分)

面積  $A = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2} \times 12^2 \times \frac{\pi}{3} = 24\pi$  (平方公分)

5. 一扇形的弧長與面積分別為 3 與 6，試求此扇形的圓心角與半徑

**解** 弧長  $s = r\theta = 3$ , ①

面積  $A = \frac{1}{2}r^2\theta = 6$  ②

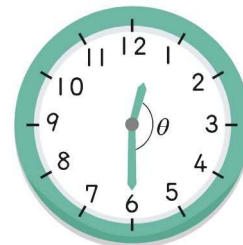
由  $\frac{②}{①}$  得  $\frac{1}{2}r = 2$ , 故  $r = 4$ ,

代回①式得  $\theta = \frac{3}{4}$  (徑)

故此扇形的圓心角為  $\frac{3}{4}$  徑，半徑為 4

## 二、進階題

6. 當時鐘 12 點 30 分時，其時針與分針的位置如右圖，試求  $\theta$  為多少徑？



**解** 分針每分鐘走  $6^\circ$ ，時針每分鐘走  $0.5^\circ$ ，從 12 點至 12 點半的 30 分鐘中，  
分針共繞  $30 \times 6^\circ = 180^\circ$ ，時針共繞  $30 \times 0.5^\circ = 15^\circ$ ，

故  $\theta = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ = 165 \times \frac{\pi}{180}$  徑  $= \frac{11\pi}{12}$  (徑)

7. 一塊扇形的起司蛋糕，如右圖，其半徑為 18 公分，圓心角為  $30^\circ$ ，上層鋪有半徑為 12 公分的扇形藍莓果醬，試求蛋糕上層沒有藍莓果醬的面積為多少平方公分？（四捨五入至小數點後第一位）



**解**

整塊面積  $A_1 = \frac{1}{2}r_1^2\theta = \frac{1}{2} \times 18^2 \times \frac{\pi}{6} = 27\pi$ ，

果醬面積  $A_2 = \frac{1}{2}r_2^2\theta = \frac{1}{2} \times 12^2 \times \frac{\pi}{6} = 12\pi$ ，

故沒有果醬面積為  $27\pi - 12\pi = 15\pi \approx 47.1$ （平方公分）

8. 如右圖所示，超級市場中的罐頭每三罐用塑膠繩捆起來一起販售。已知罐頭橫截面的圓半徑為 3 公分，試求：  
 (1) 塑膠繩的長度。（四捨五入至小數點後第一位）  
 (2) 假設打結處需要 8.2 公分，現有 4.5 公尺的塑膠繩，則可以捆多少組罐頭？

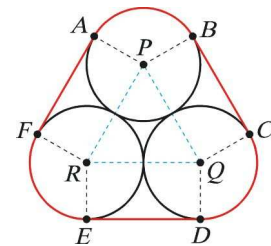


**解**

(1) 如右圖  $\angle APR = \angle BPQ = 90^\circ$ ， $\angle RPQ = 60^\circ$ ，  
 即  $\angle APB = 120^\circ$ ，同理  $\angle CQD = \angle ERF = 120^\circ$ ，  
 即  $AB$  弧 +  $CD$  弧 +  $EF$  弧 = 圓周，

故繩長為  $AB$  弧 +  $CD$  弧 +  $EF$  弧 +  $\overline{BC} + \overline{DE} + \overline{FA}$   
 $= 2\pi \times 3 + 3 \times 6 = 6\pi + 18 \approx 36.8$ （公分）

(2) 捆一組罐頭需  $36.8 + 8.2 = 45$ （公分），故可捆  $\frac{450}{45} = 10$  組罐頭



9. 如下圖，有一個半徑為 2 公分的圓形硬幣，與地面垂直接觸於 A 點，現沿著地面一直線向左滾動了 10 公分，試求此時 A 點離地面多高？（四捨五入至小數點後第二位）

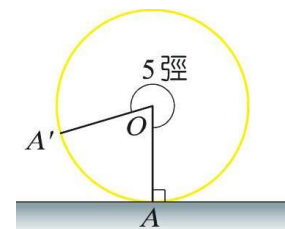


**解**

由  $s = r\theta$  得  $10 = 2\theta$ ，故  $\theta = 5$  徑

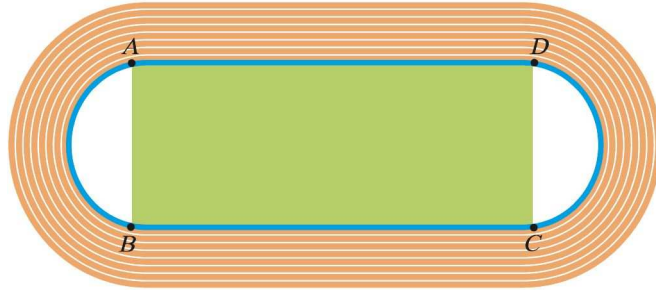
如右圖，A 點逆時針轉到 A' 處，

故 A' 點離地面  $2 - 2 \cos 5 \approx 1.432675629 \approx 1.43$ （公分）



## 三、挑戰題

10. 下圖是標準半圓式 400 公尺田徑場，由兩個直道和兩個半圓的彎道所組成。其中 400 公尺是指最內緣的長度（如下圖藍色線條）。



- (1) 已知半圓的直徑  $\overline{AB}$  的距離為 73 公尺，試問每條直道的長度（即  $\overline{BC}$  長）為多少公尺？（四捨五入至小數點後第一位）
- (2) 田徑場跑道由內向外稱為第 1 道、第 2 道、 $\dots$ ，共有 8 個跑道，每個跑道的寬度皆為 1.25 公尺，試問第 8 道內緣的長度為多少公尺？（四捨五入至小數點後第一位）

**解** (1)  $AB$  弧 +  $\overline{BC}$  +  $CD$  弧 +  $\overline{AD}$  = 400 = 400

即  $73\pi + 2\overline{BC} = 400$ ,

化簡得  $\overline{BC} = \frac{400 - 73\pi}{2} \approx 85.33186814 \approx 85.3$  (公尺)

(2) 第八道內緣直徑為  $73 + 2 \times (1.25 \times 7) = 90.5$ ,

故第八道總長度為  $90.5\pi + 400 - 73\pi \approx 454.9778714 \approx 455.0$  (公尺)