■例題 1　度與弳互換

將下列角度換成弳，或將弳換成角度

度	120°	780°	−135°	$\left(\frac{1080}{\pi}\right)^{\circ}$	135°
弳	$\frac{2\pi}{3}$ 弳	$\frac{13\pi}{3}$ 弳	$-\frac{3\pi}{4}$ 弳	6 弳	$\frac{3\pi}{4}$ 弳

解 (1) $120\times\frac{\pi}{180}$ 弳 $=\frac{2\pi}{3}$（弳）

(2) $780\times\frac{\pi}{180}$ 弳 $=\frac{13\pi}{3}$（弳）

(3) $-135\times\frac{\pi}{180}$ 弳 $=-\frac{3\pi}{4}$（弳）

(4) $6\times\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}=\left(\frac{1080}{\pi}\right)^{\circ}$

(5) $\frac{3\pi}{4}\times\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}=135^{\circ}$

■例題 2　使用計算機轉換角度單位（度與弳）

(1) 將角度換算為弳：(四捨五入至小數點後第一位)

① 140°

② 210°

③ 30°20'10"

(2) 將弳換算為角度：(請使用 $\boxed{\circ\ '\ ''}$ 鍵，四捨五入至秒的整數位)

① $\frac{5\pi}{3}$ 弳

② 7.5 弳

解 (1) ① 在 DEG 模式下，依序輸入 $\boxed{1}$，$\boxed{4}$，$\boxed{0}$，再按 $\boxed{\text{SHIFT}}$，$\boxed{\text{MODE}}$，$\boxed{5}$

得 2.443460953，取近似值為 2.4 弳

② 同①的步驟可得 210° ≈ 3.7 弳

③ 在 DEG 模式下

依序按 $\boxed{3}$，$\boxed{0}$，$\boxed{\circ\ '\ ''}$，$\boxed{2}$，$\boxed{0}$，$\boxed{\circ\ '\ ''}$，$\boxed{1}$，$\boxed{0}$，再按 $\boxed{\text{SHIFT}}$，$\boxed{\text{MODE}}$，$\boxed{5}$

得 0.529465021，取近似值為 0.5 弳

(2) ① 在 RAD 模式下，依序按

$\boxed{5}$，$\boxed{\times}$，$\boxed{\pi}$，$\boxed{\div}$，$\boxed{3}$，$\boxed{=}$，再按 $\boxed{\text{SHIFT}}$，$\boxed{\text{MODE}}$，$\boxed{4}$，可得 300，即為 300°

② 在 RAD 模式下，輸入 $\boxed{7}$，$\boxed{\cdot}$，$\boxed{5}$

然後按 $\boxed{\text{SHIFT}}$，$\boxed{\text{MODE}}$，$\boxed{4}$ 得 429.7183463

再按 $\boxed{\circ\ '\ ''}$ 得 429°43'6.05"，即為 429°43'6"

■例題 3 使用計算機求三角比

使用計算機求下列各題的三角比：(四捨五入至小數後第四位)

(1) $\sin\frac{16\pi}{11}$

(2) cos6.2

(3) sin53°15'

(4) tan(−80.5)°

(5) tan741.2°

解 (1) 在 RAD 模式下

$\sin\frac{16\pi}{11} \approx -0.989821441 \approx -0.9898$

(2) 在 RAD 模式下

$\cos 6.2 \approx 0.996542097 \approx 0.9965$

(3) 在 DEG 模式下

$\sin 53°15' \approx 0.801253812 \approx 0.8013$

(4) 在 DEG 模式下

$\tan(-80.5°) \approx -5.975764364 \approx -5.9758$

(5) 在 DEG 模式下

$\tan 741.2° \approx 0.387874437 \approx 0.3879$

■例題 4 扇形弧長與面積(一)：已知半徑與圓心角求弧長、面積

已知扇形的半徑為 18 公分，圓心角為 72°，試求此扇形的：

(1) 弧長

(2) 面積

解 $72\times\frac{\pi}{180}$ 弳 $=\frac{2\pi}{5}$ (弳)

(1) 弧長 $s=18\times\frac{2\pi}{5}=\frac{36\pi}{5}$ (公分)

(2) 面積 $A=\frac{1}{2}\times18^2\times\frac{2\pi}{5}=\frac{324\pi}{5}$ (平方公分)

■例題 5　扇形弧長與面積（二）：已知弧長與面積求半徑、圓心角

已知扇形的面積為 4，弧長為 4，試求此扇形的：

(1) 圓心角（以弳表示）

(2) 半徑

解 假設扇形半徑為 r，圓心角為 θ

由已知 $\frac{1}{2}r^2\theta=4$，$r\theta=4$

$$\therefore \begin{cases} r^2\theta=8 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ r\theta=4 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

由 $\frac{①}{②}$ 得 $r=2$，代入②得 $\theta=2$

故(1)圓心角為 2 弳，(2)半徑為 2

■例題 6　扇形弧長與面積（三）：已知半徑與周長求圓心角、面積

已知扇形的半徑為 8 公分，周長為 40 公分，試求此扇形的：

(1) 圓心角

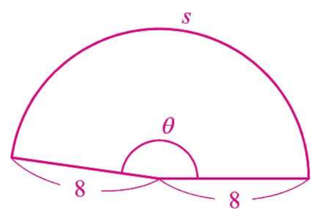
(2) 面積

解 假設圓心角為 θ，弧長為 s

由已知，$s=40-8\times2=24$

(1) $\theta=\frac{s}{r}=\frac{24}{8}=3$（弳）

(2) 面積 $A=\frac{1}{2}\times8^2\times3=96$（平方公分）



■例題 7　比較大小

試比較 sin20 與 sin20° 的大小關係。(10 分)

解 在 RAD 模式下，按 $\boxed{2}$，$\boxed{0}$，$\boxed{\sin}$ 得 sin20 ≈ 0.91294525

在 DEG 模式下，按 $\boxed{2}$，$\boxed{0}$，$\boxed{\sin}$ 得 sin20° ≈ 0.342020143

故知 sin20＞sin20°

■例題 8　扇形弧長公式的應用

(1) 8 點 20 分時，時鐘上的時針與分針所夾的較小角為多少弳？

(2) 假設分針長度為 15 公分，試求 10 點 10 分到 10 點 58 分，分針的針尖在鐘面上走過的路徑長。

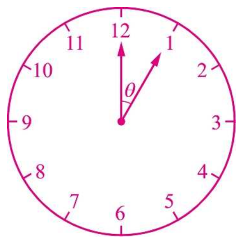
解 如右圖

鐘面上時針或分針

從任一數字移到下一個數字

所轉的圓心角

$\theta = 2\pi$ 弳 $\times \frac{1}{12} = \frac{\pi}{6}$（弳）



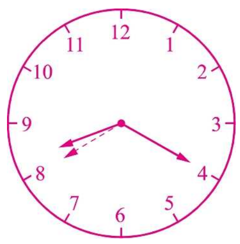
(1) 如右圖

時針自 8 點到 8 點 20 分轉動的角度為

$\frac{\pi}{6} \times \frac{20}{60} = \frac{\pi}{18}$（弳）

故 8 點 20 分時，時針與分針所夾較小角為

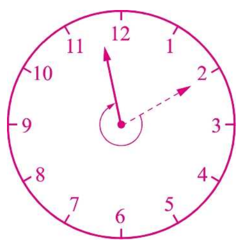
$\frac{\pi}{6} \times 4 + \frac{\pi}{18} = \frac{13\pi}{18}$（弳）



(2) 58－10＝48

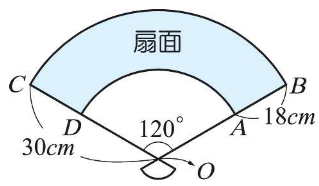
∴分針轉動的圓心角 $\theta = 2\pi \times \frac{48}{60} = \frac{8\pi}{5}$

∴分針走過路徑長為 $15 \times \left(\frac{8\pi}{5}\right) = 24\pi$（公分）



■例題 9　扇形面積公式的應用（一）

如右圖，此摺扇完全打開時，圓心角為 120°，試求扇面的面積。



解 $120\times\dfrac{\pi}{180}$ 弳 $=\dfrac{2\pi}{3}$（弳）

$\overline{OA}=30-18=12$

所求為扇形 OBC 面積－扇形 OAD 面積

$=\dfrac{1}{2}\times30^2\times\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{1}{2}\times12^2\times\dfrac{2\pi}{3}$

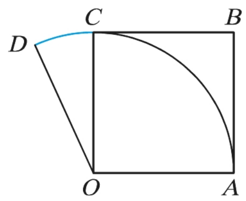
$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2\pi}{3}\times(30^2-12^2)$

$=252\pi$（平方公分）

■例題 10　扇形面積公式的應用（二）

以正方形 $OABC$ 的 O 為圓心，$\overline{OA}$ 為半徑，作弧 $\overset{\frown}{ACD}$。已知正方形 $OABC$ 面積為 36，$\overset{\frown}{ACD}$ 弧長為 12，試求：

(1) $\overset{\frown}{CD}$ 弧長。
(2) 扇形 OCD 面積。



解 假設扇形半徑為 r

$\because\ r=\overline{OA}\quad\therefore\ r^2=36$，得 $r=6$

$\therefore \angle AOD=\dfrac{12}{6}=2$（弳）

(1) $\overset{\frown}{CD}$ 弧長為 $6\times\left(2-\dfrac{\pi}{2}\right)=12-3\pi$

(2) 扇形 OCD 面積為 $\dfrac{1}{2}\times6\times(12-3\pi)=36-9\pi$