

第2章 綜合演練

一、單選題

1. 已知 $a=3.451$ ， $\log b = \log a + 1$ ，則 $b = ?$

- (A) 4.451 (B) 44.51 (C) 3.551 (D) 0.3451 (E) 34.51

解 $\because \log b = \log a + 1$
 $\therefore b$ 是 a 的 10 倍
 $\Rightarrow b = 3.451 \times 10 = 34.51$
故選(E)

2. 已知 $\log 3 = 0.4771$ ， $\log a = 3.4771$ ，則 a 可能是下列哪一個數？

- (A) 3 (B) 30 (C) 300 (D) 3000 (E) 30000

解 $\because \log a = \log 3 + 3$
 $\therefore a$ 是 3 的 10^3 倍
 $\Rightarrow a = 3 \times 10^3 = 3000$
故選(D)

二、多選題

3. 請選出正確的選項：

(A) $0^0=1$ (B) $3^{\frac{5}{3}}=5$ (C) $5^2=10$ (D) $2^{\frac{3}{2}}=2\sqrt{2}$ (E) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=4$

解 (A) \times : 0 不可為底數

(B) \times : $3^{\frac{5}{3}}=3^{1+\frac{2}{3}}=3\sqrt[3]{3^2}=3\sqrt[3]{9}\neq 5$

(C) \times : $5^2=25$

(D) \circ : $2^{\frac{3}{2}}=2\times 2^{\frac{1}{2}}=2\sqrt{2}$

(E) \circ : $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=(2^{-1})^{-2}=2^2=4$

故選(D)(E)

4. 已知 $a=5^{0.2}$, $b=5^{0.3}$, 請選出正確的選項：

(A) $a^5=5$ (B) $b^{10}=125$ (C) $a+b=5^{0.5}$ (D) $ab=\sqrt{5}$ (E) $a^2=b^3$

解

(A) \circ : $a^5=(5^{0.2})^5=5^1=5$

(B) \circ : $b^{10}=(5^{0.3})^{10}=5^3=125$

(C) \times : 底數相同，但指數不可直接相加

(D) \circ : $ab=5^{0.2}\times 5^{0.3}=5^{0.5}=5^{\frac{1}{2}}$

(E) \times : $a^2=5^{0.4}$, $b^3=5^{0.9}$

$$\therefore a^2\neq b^3$$

故選(A)(B)(D)

三、填充題

5.(1) $\left((\sqrt{2})^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\left((\sqrt{3})^{\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{12})^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $(\sqrt{5}+2)^{-3}(\sqrt{5}-2)^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$

解

(1) $\left((\sqrt{2})^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} = (\sqrt{2})^2 = 2$

(2) $\left((\sqrt{3})^{\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{12})^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} = (\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3})^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = 6^2 = 36$

$$\begin{aligned} (3) (\sqrt{5}+2)^{-3}(\sqrt{5}-2)^{-2} &= \frac{1}{(\sqrt{5}+2)^3(\sqrt{5}-2)^2} = \frac{1}{(\sqrt{5}+2)((\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2))^2} \\ &= \frac{1}{(\sqrt{5}+2)(5-4)^2} = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} \\ &= \sqrt{5}-2 \end{aligned}$$

6.(1) $81^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{1}{243}\right)^{-\frac{1}{6}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $\sqrt[3]{4} \div \sqrt{\frac{1}{8}} = \underline{\hspace{2cm}}$

解

$$\begin{aligned} (1) 81^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{1}{243}\right)^{-\frac{1}{6}} &= (3^4)^{\frac{2}{3}} \times (3^{-3})^{\frac{1}{2}} \times (3^{-5})^{-\frac{1}{6}} = 3^{\frac{8}{3}} \times 3^{-\frac{3}{2}} \times 3^{\frac{5}{6}} = 3^{\frac{16}{6} - \frac{9}{6} + \frac{5}{6}} \\ &= 3^2 = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \sqrt[3]{4} \div \sqrt{\frac{1}{8}} &= (2^2)^{\frac{1}{3}} \div (2^{-3})^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{3}} \div 2^{-\frac{3}{2}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{3}{2}} \\ &= 2^{\frac{4}{6} + \frac{9}{6}} = 2^{\frac{13}{6}} = 2^{2+\frac{1}{6}} = 4\sqrt[6]{2} \end{aligned}$$

7. 已知 $2^{0.5} = a$ ，試以 a 表示：

(1) $2 =$ _____

(2) $8 =$ _____

(3) $\frac{1}{2} =$ _____

解

(1) $\because (2^{0.5})^2 = 2^1$

$\therefore a^2 = 2$

(2) $8 = 2^3 = (a^2)^3 = a^6$

(3) $\frac{1}{2} = 2^{-1} = (a^2)^{-1} = a^{-2}$

8. 已知 $\log b = \log a + 2$ ：

(1) 若 $a = 900$ ，則 $b =$ _____

(2) 若 $b = 70000$ ，則 $a =$ _____

解

(1) $\because \log b = \log a + 2, a = 900$

$\therefore b = 10^2 a = 10^2 \times 900 = 90000$

(2) $\because \log b = \log a + 2, b = 70000$

$\therefore 70000 = 10^2 a \Leftrightarrow 100a = 70000$

$\Leftrightarrow a = 700$

9. 已知 $\log 8.88 = 0.9484$ ，如果在計算機面板上輸入 888000（六位數）後，逐次按 $\boxed{\log}$ 鍵，則按第_____次時，面板顯示的數字小於 0

解 $\because 888000 = 8.88 \times 10^5$

\therefore 按第一次，得 5.9484

按第二次，得到小於 1 的正數（ $\because 1 < 5.9484 < 10$ ，即 $10^0 < 5.9484 < 10^1$ ）

\therefore 按第三次，得到小於 0 的數

10. 計算下列各式，並以科學記號表示：

(1) $1.23 \times 10^4 + 3.27 \times 10^6 =$ _____

(2) $(3.24 \times 10^8) \div (1.8 \times 10^6) =$ _____

解 (1) $1.23 \times 10^4 + 3.27 \times 10^6 = 1.23 \times 10^4 + 327 \times 10^4 = 328.23 \times 10^4 = 3.2823 \times 10^6$

(2) $(3.24 \times 10^8) \div (1.8 \times 10^6) = \frac{3.24}{1.8} \times 10^8 \div 10^6 = 1.8 \times 10^2$

四、計算題

11. 已知某放射性物質半衰期為半年，即每經過半年該放射性物質的重量會衰變為原有的一半。現有該物質 64 克，試求：

- (1) 2 年後剩下多少克？
- (2) 若該物質已存放 5 年，試求 1 年前有多少克？

解

$$(1) 64 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{0.5}} = 64 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 64 \times \frac{1}{16} = 4$$

故 2 年後此放射性物質剩 4 克

(2) 設一年前有 x 克

$$x \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{0.5}} = 64 \Rightarrow x \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 64$$

$$\Rightarrow x = 64 \times 4 = 256$$

故 1 年前此放射性物質有 256 克

12. 電腦科學的基礎與二進位有關，在實用上，記憶體基本單位是 Byte，簡寫為 B，為了處理很大的數據，所以規定 $1\text{KB} = 2^{10}\text{B}$ ， $1\text{MB} = 2^{20}\text{B}$ ， $1\text{GB} = 2^{30}\text{B}$ ， $1\text{TB} = 2^{40}\text{B}$ 。試根據以上資料回答下列問題：

- (1) 1 TB 等於多少 MB？
- (2) 小雯使用數位相機拍照，設定每張相片檔案大小均為 8 MB，已知此相機裝有 128 GB 記憶卡，則可以拍幾張相片？
- (3) 小雯新買的手機標榜最大可以放入 2 TB 的記憶卡，假設她的舊手機裝了 64 GB 的記憶卡，請計算新手機加裝的記憶卡的最大容量是舊手機記憶卡的幾倍？

解

$$(1) \frac{1\text{TB}}{1\text{MB}} = \frac{2^{40}}{2^{20}} = 2^{20} \quad (=1048576)$$

故 1 TB 等於 2^{20}MB (1048576 MB)

$$(2) \frac{128\text{GB}}{8\text{MB}} = \frac{128 \times 2^{30}}{8 \times 2^{20}} = 16 \times 2^{10} = 16 \times 1024 = 16384$$

故可以拍 16384 張相片

$$(3) \frac{2\text{TB}}{64\text{GB}} = \frac{2 \times 2^{40}}{64 \times 2^{30}} = \frac{2 \times 2^{40}}{2^6 \times 2^{30}} = 2 \times 2^4 = 32$$

故新手機記憶卡的最大容量是舊手機的 32 倍