



單元

3 計數原理



建議配分

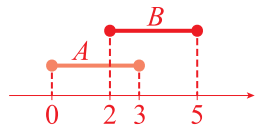
1~6 題每題 12 分 · 7~8 題每題 14 分。

1. 選出正確的命題。
- (1) $2+3=4$ 或 $3+5=8$
 - (2) $\sqrt{4}=2$ 且 $\sqrt{4}=-2$
 - (3) $5\leq 5$
 - (4) $\pi=3.14$ 或 $\pi<3$
 - (5) $1\leq x\leq 2$ 的否定命題是 $x<1$ 或 $x>2$ 。

解▶ 根據定義，故選(1)(3)(5)。

2. 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 3, x \in \square\}$ ， $B = \{x | 2 \leq x \leq 5, x \in \square\}$ ，
求(1) $A \cap B$ 。 (2) $A \cup B$ 。

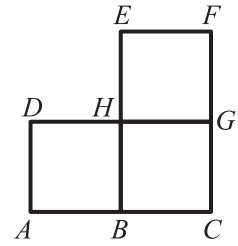
解▶ 在數線上，將 A 與 B 標示如下：



根據定義，得

- (1) $A \cap B = \{x | 2 \leq x \leq 3, x \in \square\}$ 。
- (2) $A \cup B = \{x | 0 \leq x \leq 5, x \in \square\}$ 。

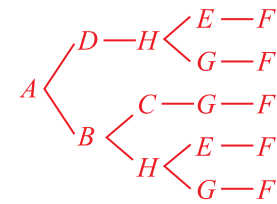
3. 右圖是由三個邊長為1單位的正方形組成的道路分布圖：
 (1) 利用樹狀圖描述從 A 點出發，經過4單位長，到達 F 點的所有情形。
 (2) 從 A 點出發，經過4單位長，到達 F 點的走法共有幾種。



解 ▶ (1) 利用樹狀圖描述如下：

- ① $A \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow E \rightarrow F$
- ② $A \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F$
- ③ $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow F$
- ④ $A \rightarrow B \rightarrow H \rightarrow E \rightarrow F$
- ⑤ $A \rightarrow B \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F$

(2) 由(1)的樹狀圖得知，共有5種走法。



4. 擲一粒骰子兩次，兩個點數的乘積為偶數之情形共有多少種？

解 ▶ 分三類：

- (1) 奇 \times 偶：有 $3 \times 3 = 9$ 種。
- (2) 偶 \times 奇：有 $3 \times 3 = 9$ 種。
- (3) 偶 \times 偶：有 $3 \times 3 = 9$ 種。

根據加法原理，共有 $9 + 9 + 9 = 27$ 種情形。

5. 正整數 600 的正因數共有多少個？

解► 將 600 作質因數分解，得 $600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 。

因為 600 的正因數必為 $2^a \times 3^b \times 5^c$ 形式，其中 $a \in \{0, 1, 2, 3\}$ ， $b \in \{0, 1\}$ ， $c \in \{0, 1, 2\}$ ，

所以 a 有 4 種選擇， b 有 2 種選擇， c 有 3 種選擇。

利用乘法原理，得正因數共有 $4 \times 2 \times 3 = 24$ （個）。

6. 已知班上 40 位同學中，有 10 位同學會彈鋼琴，8 位同學會彈吉他，而兩種樂器均會的同學有 5 人，求班上有多少位同學既不會彈鋼琴也不會彈吉他？

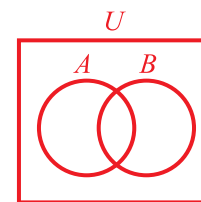
解► 設 A ， B 分別表示會彈鋼琴與會彈吉他的同學組成的集合。

由題意知 $n(A) = 10$ ， $n(B) = 8$ ， $n(A \cap B) = 5$ 。

利用取捨原理，得

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 10 + 8 - 5 = 13。 \end{aligned}$$

故共有 $40 - 13 = 27$ 位同學既不會彈鋼琴也不會彈吉他。



7. 已知班上 45 位同學中，喜歡籃球、排球及棒球的人數分別有 30、28 及 25 人，喜歡籃球及排球者有 20 人，喜歡排球及棒球者有 16 人，喜歡籃球及棒球者有 17 人，而三種球類都不喜歡者有 5 人，求班上同學對籃球、排球及棒球都喜歡的人數？

解 ▶ 設 A ， B ， C 分別表示喜歡籃球、排球與棒球的同學組成的集合。

由題意得 $n(A \cup B \cup C) = 45 - 5 = 40$ 。

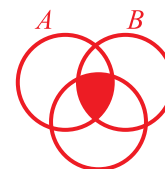
利用取捨原理，得

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

$$\Rightarrow 40 = 30 + 28 + 25 - 20 - 16 - 17 + n(A \cap B \cap C)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B \cap C) = 10。$$

故班上同學對籃球、排球及棒球都喜歡的人數為 10 人。



8. 在 1 到 300 的正整數中，是 6 的倍數但不是 5 的倍數者共有幾個？

解 ▶ 設 A ， B 分別表示在 1 到 300 的正整數中 6 與 5 的倍數組成的集合，

則 $n(A) = 50$ ， $n(B) = 60$ ， $n(A \cap B) = 10$ 。

所求 = $n(A - B)$

$$= n(A) - n(A \cap B)$$

$$= 50 - 10 = 40 \text{ (個)}。$$

