

## 單元 8 一維數據分析 習題

一年\_\_\_\_班 座號：\_\_\_\_ 姓名：

1. 以下各小題對的打「O」，錯的打「×」：

\_\_\_(1) 在十個數據中加入一個新的數據 20 後，所得的算術平均數會增加 2

\_\_\_(2) 若所有數據的值都相等，則其標準差為 0

\_\_\_(3) 若數據  $x_i$  與數據  $y_i$  的關係式為  $y_i = -3x_i + 2$ ，則  $\sigma_y = -3\sigma_x$ 

\_\_\_(4) 一組數據的中位數一定大於或等於它的平均數

解：(1) ×：設原平均數為  $\mu$ ，加入一個數據 20 後，平均數變為  $\frac{10\mu + 20}{11} \neq \mu + 2$ (2) O：因每一數值  $x_i$  等於平均數  $\mu$ ， $\therefore x_i - \mu = 0$ (3) ×： $\sigma_y = |-3|\sigma_x = 3\sigma_x$ 

(4) ×：不一定，例如：數據 1, 2, 3, 4, 10 的中位數為 3，平均數為 4

2. 已知十位同學的體重(公斤)如下：55, 56, 59, 59, 59, 60, 60, 63, 68, 71，求：

(1) 眾數 (2) 中位數 (3) 算術平均數

解：(1) 眾數 = 59 公斤

(2) 中位數 =  $\frac{59 + 60}{2} = 59.5$  公斤(3) 算術平均數 =  $\frac{1}{10}(55 + 56 + 59 + 59 + 59 + 60 + 60 + 63 + 68 + 71) = 61$  公斤

3. 已知某地區人口近三年每年的成長率分別為 10%，21% 與 33.1%，求此地區人口這三年的平均成長率

解：設三年的平均成長率為  $x\%$ ，原人口數為  $A$  人 $\therefore A(1 + x\%)^3 = A(1 + 10\%)(1 + 21\%)(1 + 33.1\%)$ ， $\Rightarrow 1 + x\% = \sqrt[3]{(1 + 10\%)(1 + 21\%)(1 + 33.1\%)} = 1.21$  $\Rightarrow x\% = 0.21 = 21\%$ 

4. 關於百分位數的敘述，選出正確的選項。

(1) 任一組資料都恰有一個第 40 百分位數

(2) 若將原資料每個數據分別乘以 3，則原資料的第 40 百分位數乘以 3 也會是新資料的第 40 百分位數

(3) 若將原資料每個數據分別加 3，則原資料的第 40 百分位數加 3 也會是新資料的第 40 百分位數

(4) 若有 A, B 兩組資料且其第 40 百分位數分別為  $x_A, x_B$ ，則  $x_A + x_B$  也是此兩組資料合併成一組後的第 40 百分位數

(5) 任一組資料的第 40 百分位數必小於該組資料的算術平均數

解：(1) ×：任意一組資料都可利用百分位數的計算公式求出第 40 百分位數，然而求出的第 40 百分位數並不一定恰為資料中的其中一筆數據

(2) O：若資料  $x_i$  由小到大排列，則資料  $3x_i$  也會對應由小到大排列(3) O：若資料  $x_i$  由小到大排列，則資料  $x_i + 3$  也會對應由小到大排列(4) ×：A, B 兩組資料合併後，料  $x_i$  由小到大排列，其第 40 百分位數不一定為  $x_A + x_B$ (5) ×：當資料  $x_i$  的每一個數據皆相等時，第 40 百分位數等於該組資料的算術平均數

5. 求下列各數據的標準差：

(1) 51, 53, 56, 60, 60, 62

(2) 1, 2, 4, 5, 6, 8

解：(1) 算術平均數  $\mu = \frac{1}{6}(51 + 53 + 56 + 60 + 60 + 62) = 57$ 變異數  $\sigma^2 = \frac{1}{6}[(51 - 57)^2 + (53 - 57)^2 + (56 - 57)^2 + (60 - 57)^2 + (60 - 57)^2 + (62 - 57)^2] = 16$ ， $\Rightarrow$  標準差  $\sigma = \sqrt{16} = 4$ (2) 算術平均數  $\mu = \frac{1}{6}(1 + 2 + 4 + 5 + 6 + 8) = \frac{13}{3}$ ，且  $1^2 + 2^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 8^2 = 146$  $\Rightarrow$  標準差  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{6} \times 146 - \left(\frac{13}{3}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{3}$

6. 某次期中考試，班上的數學成績不太理想，全班的平均分數為 42 分，標準差為 12 分，且全班的最高分為 72 分。

數學老師決定將每位學生的原始成績  $x$  乘以  $a$  再加  $b$ ，調整為成績  $y$ ，即  $y = ax + b$ 。已知調整後的成績  $y$  的最高分為 95 分，且平均數為 60 分，求成績  $y$  的標準差

解：設原始成績  $x$  的平均數、標準差分別為  $\mu_x$ ， $\sigma_x$ ，調整後成績  $y$  的平均數、標準差分別為  $\mu_y$ ， $\sigma_y$

$$\text{依題意得} \begin{cases} 60 = 42a + b \\ 95 = 72a + b \end{cases}, \begin{cases} a = \frac{7}{6} \\ b = 11 \end{cases}, \therefore y = \frac{7}{6}x + 11, \Rightarrow y \text{ 的標準差 } \sigma_y = \left| \frac{7}{6} \right| \sigma_x = \frac{7}{6} \times 12 = 14$$

7. 班上 40 位同學某次數學平常考成績的次數分配如下表：

成績	20	30	40	50	60	70	80	90	100	合計
次數	2	3	6	$a$	$b$	5	4	3	2	40

已知眾數為 50 分，中位數為 60 分，求  $a$ ， $b$  的值

解： $2 + 3 + 6 + a + b + 5 + 4 + 3 + 2 = 40$ ， $\Rightarrow a + b = 15$

眾數為 50 分， $\therefore a > b$ ，中位數為 60 分， $\therefore 2 + 3 + 6 + a < 20$ ， $\therefore a < 9$   
 $\Rightarrow a = 8, b = 7$

8. 已知由小到大排列的五個數：2，6，14， $x$ ，18，它們的標準差為 6，求  $x$  的值

解：平均數  $\mu = \frac{1}{5}(2 + 6 + 14 + x + 18) = \frac{x + 40}{5}$ ，又  $2^2 + 6^2 + 14^2 + x^2 + 18^2 = x^2 + 560$

標準差  $\sigma$ ，變異數  $\sigma^2 = \frac{1}{5}[x^2 + 560 - 5(\frac{x + 40}{5})^2] = 36$ ，化簡得  $x^2 - 20x + 75 = 0$ ， $\Rightarrow (x - 15)(x - 5) = 0$ ， $\therefore x = 15$  或 5

$\therefore 14 \leq x \leq 18$ ， $\therefore x = 15$

9. 某次段考後，老師將全班的成績依下列公式調整：調整分數 =  $\frac{\text{原分數}}{2} + 40$

已知每個人調整後的分數都不低於原分數，且調整後全班的平均為 66 分，標準差 5 分，有五位同學仍低於 60 分。選出正確的選項：

- (1) 學生原分數的平均低於 60 分                      (2) 學生原分數的標準差為 10 分  
 (3) 有五位同學的原分數低於 20 分                (4) 沒有人的原分數超過 80 分

解：設全班原始成績為  $x_i$ ，平均為  $\mu_x$ ，標準差為  $\sigma_x$ ；調整後的成績為  $y_i$ ，平均為  $\mu_y$ ，標準差為  $\sigma_y$

$$\Rightarrow x_i \text{ 與 } y_i \text{ 的關係為 } y_i = \frac{x_i}{2} + 40, \text{ 則 } \mu_y = \frac{\mu_x}{2} + 40, \sigma_y = \frac{\sigma_x}{2}$$

(1) 調整後的平均  $66 = \frac{\mu_x}{2} + 40$ ， $\therefore$  原始平均  $\mu_x = 52 < 60$

(2) 調整後的標準差為  $5 = \frac{\sigma_x}{2}$ ， $\therefore$  原始標準差  $\sigma_x = 10$

(3) 調整後的分數 60， $\therefore 60 = \frac{x}{2} + 40$ ， $\therefore x = 40$

表示調整後有五位同學仍低於 60 分，其原始成績(調整前)有五位同學低於 40 分

(4) 因為調整後的分數都不低於原始分數， $\therefore x \leq y = \frac{x}{2} + 40$ ， $\Rightarrow x \leq 80$ ，即沒有人原始分數超過 80 分

答：(1)(2)(4)