

1 第 1 回 1-1.1 有理數與無理數

1. 試將下列各分數化為小數：

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{25}{33}$ (3) $\frac{9}{37}$ 。

答：(1) $\frac{1}{3} = 0.33\cdots = 0.\bar{3}$

(2) $\frac{25}{33} = 0.7575\cdots = 0.\overline{75}$

(3) $\frac{9}{37} = 0.243243\cdots = 0.\overline{243}$

2. 試將下列各分數化為小數：

(1) $\frac{7}{15}$ (2) $\frac{18}{55}$ (3) $\frac{29}{12}$ 。

答：(1) $\frac{7}{15} = 0.466\cdots = 0.4\bar{6}$

(2) $\frac{18}{55} = 0.32727\cdots = 0.3\overline{27}$

(3) $\frac{29}{12} = 2.4166\cdots = 2.41\bar{6}$

3. 試求將下列各數化為小數時，小數點後第 100 位

的數字：(1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{8}{37}$ (3) $\frac{2}{7}$ 。

答：(1) $\frac{2}{9} = 0.\bar{2}$ ，小數點後每一位均為 2

∴ 所求為 2

(2) $\frac{8}{37} = 0.216\overline{}$ ，小數點後每 3 位一循環

$100 \div 3 = 33 \cdots 1$

∴ 所求為 2

(3) $\frac{2}{7} = 0.285714\overline{}$ ，小數點後每 6 位一循環

$100 \div 6 = 16 \cdots 4$

∴ 所求為 7

4. 試判斷下列哪些選項為有限小數？（多選）

(A) $\frac{9}{40}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{33}{550}$

(D) $\frac{243}{280}$ (E) $\frac{273}{224}$ 。

答：(A) $\frac{9}{40} = \frac{9}{2^3 \times 5}$ ∴ $\frac{9}{40}$ 為有限小數

(B) $\frac{5}{12} = \frac{5}{2^2 \times 3}$ ∴ $\frac{5}{12}$ 不是有限小數

(C) $\frac{33}{550} = \frac{3 \times 11}{2 \times 5^2 \times 11} = \frac{3}{2 \times 5^2}$ ∴ $\frac{33}{550}$ 為有限小數

(D) $\frac{243}{280} = \frac{3^5}{2^3 \times 5 \times 7}$ ∴ $\frac{243}{280}$ 不是有限小數

(E) $\frac{273}{224} = \frac{3 \times 7 \times 13}{2^5 \times 7} = \frac{3 \times 13}{2^5}$ ∴ $\frac{273}{224}$ 為有限小數

故選(A)(C)(E)

5. 試將下列各有限小數化為最簡分數：

- (1) 0.4 (2) 0.75 (3) 0.325。

答：(1) $0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

(2) $0.75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

(3) $0.325 = \frac{325}{1000} = \frac{13}{40}$

7. 試將下列各循環小數化為最簡分數：

- (1) $0.4\bar{2}$ (2) $0.1\bar{36}$ (3) $0.24\bar{3}$ 。

答：(1) 令 $x = 0.4\bar{2} = 0.4222\dots$

$$100x = 42.222\dots$$

$$\begin{array}{r} -) 10x = 4.222\dots \\ \hline 90x = 38 \end{array}$$

$$x = \frac{38}{90} = \frac{19}{45}$$

(2) 令 $x = 0.1\bar{36} = 0.13636\dots$

$$1000x = 136.3636\dots$$

$$\begin{array}{r} -) 10x = 1.3636\dots \\ \hline 990x = 135 \end{array}$$

$$x = \frac{135}{990} = \frac{3}{22}$$

(3) 令 $x = 0.24\bar{3} = 0.24333\dots$

$$1000x = 243.333\dots$$

$$\begin{array}{r} -) 100x = 24.333\dots \\ \hline 900x = 219 \end{array}$$

$$x = \frac{219}{900} = \frac{73}{300}$$

6. 試將下列各循環小數化為最簡分數：

- (1) $0.\bar{6}$ (2) $0.\overline{351}$ (3) $2.\overline{45}$ 。

答：(1) 令 $x = 0.\bar{6} = 0.666\dots$

$$10x = 6.666\dots$$

$$\begin{array}{r} -) x = 0.666\dots \\ \hline 9x = 6 \end{array}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

(2) 令 $x = 0.\overline{351} = 0.351351\dots$

$$1000x = 351.351351\dots$$

$$\begin{array}{r} -) x = 0.351351\dots \\ \hline 999x = 351 \end{array}$$

$$\Rightarrow x = \frac{351}{999} = \frac{13}{37}$$

(3) 令 $x = 2.\overline{45} = 2.4545\dots$

$$100x = 245.4545\dots$$

$$\begin{array}{r} -) x = 2.4545\dots \\ \hline 99x = 243 \end{array}$$

$$\Rightarrow x = \frac{243}{99} = \frac{27}{11}$$

8. 下列選項(A)~(J)中的數，哪些是有理數？哪些是無理數？

(A) $0.\bar{23}$ (B) $\frac{99}{1001}$ (C) $\sqrt{13}$ (D) 0.56789

(E) -77 (F) π (G) $6 - \sqrt{2}$ (H) $\sqrt{144}$

(I) $(\sqrt{31})^2$ (J) $\frac{\frac{37}{53} + \frac{53}{37}}{2}$ 。

答：(A) 循環小數為有理數

(B) 分數為有理數

(D) 有限小數為有理數

(E) 整數為有理數

(H) $\sqrt{144} = 12$ 為有理數

(I) $(\sqrt{31})^2 = 31$ 為有理數

(J) \because 兩分數 $\frac{37}{53}$ 、 $\frac{53}{37}$ 的平均亦為分數

$$\therefore \frac{\frac{37}{53} + \frac{53}{37}}{2} \text{ 為有理數}$$

有理數：(A)(B)(D)(E)(H)(I)(J)

無理數：(C)(F)(G)