

第3章 數據分析

3-1 一維數據分析

例題 1 算術平均數

- (1) 試求 3, 5, -3, 10, -8, 11 的算術平均數
- (2) 小華連續五週的數學週考成績為 80, 90, 75, 100, 90, 試求這些成績的算術平均數

解 (1) $\frac{1}{6} \times (3+5-3+10-8+11) = \frac{1}{6} \times 18 = 3$

(2) $\frac{1}{5} \times (80+90+75+100+90) = \frac{1}{5} \times 435 = 87$ (分)

例題 2 加權平均數

小雯手中持有 A、B、C、D、E 五家公司的股票若干，已知上週五與本週五的股價及小雯持股數如下表，試求：

	A	B	C	D	E
上週五股價 (單位：元/股)	38	36	72	18	19
本週五股價 (單位：元/股)	36	40	76	20	20
小雯持股數 (單位：千股)	3	3	2	9	8

- (1) 上週五小雯持股的平均股價
- (2) 本週五小雯持股的平均股價

解 小雯持股總數為 $3+3+2+9+8=25$ (千股)

(1) 持股均價須用加權平均計算

$$\begin{aligned} & \frac{1}{25} \times (38 \times 3 + 36 \times 3 + 72 \times 2 + 18 \times 9 + 19 \times 8) \\ &= \frac{1}{25} \times 680 = 27.2 \text{ (元)} \end{aligned}$$

(2) 同理，本週五持股均價

$$\begin{aligned} & \frac{1}{25} \times (36 \times 3 + 40 \times 3 + 76 \times 2 + 20 \times 9 + 20 \times 8) \\ &= \frac{1}{25} \times 720 = 28.8 \text{ (元)} \end{aligned}$$

例題 3 幾何平均數(一)

- (1) 試求 18, 28, 147 的幾何平均數
- (2) 某公司營業額連續三年的成長率依序為 10%、33.1%、21%，試求平均成長率

解 (1) $G = \sqrt[3]{18 \times 28 \times 147}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt[3]{2 \times 3^2 \times 2^2 \times 7 \times 3 \times 7^2} \\ &= 2 \times 3 \times 7 \\ &= 42 \end{aligned}$$

- (2) 這三年的營業額分別是前一年的 110%、133.1%、121%
平均成長率為

$$\begin{aligned} &\sqrt[3]{1.1 \times 1.331 \times 1.21} - 1 \\ &= \sqrt[3]{1.1 \times 1.1^3 \times 1.1^2} - 1 \\ &= 1.21 - 1 \\ &= 0.21 \end{aligned}$$

故平均成長率為 21%

例題 4 幾何平均數(二) (使用計算機)

- (1) 試求 12, 90, 33, 45, 67 的幾何平均數。(四捨五入取到小數點後第一位)
- (2) 某公司的營業額連續五年成長率依序為 3.2%、-2.8%、1.3%、5.4%、4.7%，試求平均成長率。(四捨五入取到百分數的小數點後第一位)

解 (1) 按計算機可得

$$\begin{aligned} G &= \sqrt[5]{12 \times 90 \times 33 \times 45 \times 67} \\ &= \sqrt[5]{107454600} \\ &\approx 40.38731692 \\ &\approx 40.4 \end{aligned}$$

- (2) 這五年營業額依序為前一年的 103.2%、97.2%、101.3%、105.4%、104.7%
平均成長率為

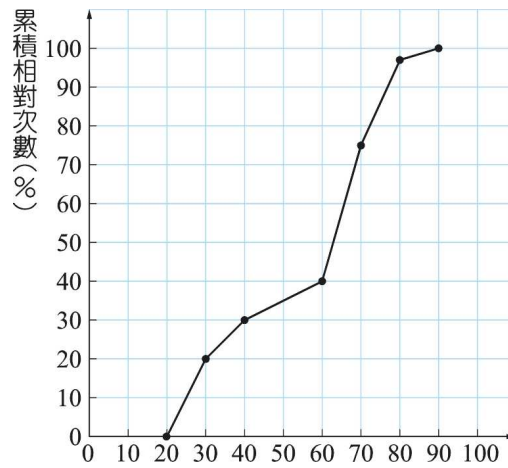
$$\begin{aligned} &\sqrt[5]{1.032 \times 0.972 \times 1.013 \times 1.054 \times 1.047} - 1 \\ &\approx 1.023171748 - 1 \\ &= 0.023171748 \end{aligned}$$

故約為 2.3%

例題 5 百分位數(一) (累積相對次數折線圖)

右圖為一組一維數據的累積相對次數折線圖，試求：

- (1) 第 75 百分位數 (P_{75})
- (2) 第 40 百分位數 (P_{40})



解 觀察累積相對次數折線圖，可知
 橫軸 70 所對應的相對次數是 75 %
 橫軸 60 所對應的相對次數是 40 %

- (1) 第 75 百分位數 $P_{75}=70$
- (2) 第 40 百分位數 $P_{40}=60$

例題 6 百分位數(二) (已分組資料)

為配合畢業生申請國外研究所需要，我國許多大學已開始採用「等第績分平均 (GPA)」來評估學生成績。所謂 GPA (Grade Point Average)，是透過轉換機制，將原始成績轉換為 0 至 4 分，0 代表不及格，其餘分數愈高，成績愈佳。已知某校一年級 873 名學生成績如下表，試求：

GPA	0	1	2	3	4
人數	63	104	269	312	125
累計人數	63	167	436	748	873

- (1) 第 80 百分位數 (P_{80})
- (2) 第 25 百分位數 (P_{25})

解 (1) $873 \times 80 \% = 698.4$
 故 P_{80} 為累計第 699 人的成績，觀察已知條件，得 $P_{80}=3$
 (2) 同理， $873 \times 25 \% = 218.25$
 取 P_{25} 為累計第 219 人的成績，得 $P_{25}=2$

例題 7 變異數與標準差

已知一組數據 2, 14, 11, 5, 20, 14，試求：

- (1) 變異數
- (2) 標準差

解 算術平均數 $\mu = \frac{1}{6} \times (2+14+11+5+20+14) = 11$

(1) 變異數 $\sigma^2 = \frac{1}{6} \times [(-9)^2 + 3^2 + 0^2 + (-6)^2 + 9^2 + 3^2] = \frac{1}{6} \times 216 = 36$

(2) 標準差 $\sigma = \sqrt{36} = 6$

例題 8 數據平移與伸縮

已知一組數據 $x_i: 1, 3, 5, 7, 9$ ，試求依下列規則變換後的新數據：

(1) $y = -2x + 30$

(2) $y = 10(x - 2)$

解 (1) $1, 3, 5, 7, 9$ 經 $y = -2x + 30$

轉換為 $28, 24, 20, 16, 12$

(2) $1, 3, 5, 7, 9$ 經 $y = 10(x - 2)$

轉換為 $-10, 10, 30, 50, 70$

例題 9 數據平移與伸縮對平均數與標準差的影響

這次段考因為數學成績不理想，經各班任課老師討論後，決定以原始分數除以 2 再加 50 分的方式調整。已知高一某班段考平均 38 分，標準差 5.6 分，試求該班調整後的：

(1) 平均分數

(2) 標準差

解 設原始分數為 x ，調整後分數為 y 調整公式為 $y = \frac{x}{2} + 50$

(1) $\mu_y = \frac{38}{2} + 50 = 69$ \therefore 調整後的平均分數為 69 分

(2) $\sigma_y = \left| \frac{1}{2} \right| \sigma_x = \frac{1}{2} \times 5.6 = 2.8$ \therefore 調整後的標準差為 2.8 分

例題 10 標準化數據

某公司在 A, B 兩地分別招考員工，成績如右表。已知小明與小華都參加考試，請根據右表求解下列問題：

	算術平均數	標準差
A 地	72	16
B 地	78	12

(1) 小明在 A 地參加考試得 74 分，試求小明得分的標準化數據

(2) 小華在 B 地參加考試，將得分標準化以後，得標準化數據為 0.5，試求小華的考試分數。

解 (1) 小明得分標準化數據為 $\frac{74-72}{16} = \frac{2}{16} = 0.125$

(2) 設小華的考試分數為 x

$$\frac{x-78}{12} = 0.5 \Rightarrow x-78=6 \Rightarrow x=84$$

\therefore 小華的考試分數為 84 分