

## 習題 1-5 三角測量

## 一、基本題

1. 利用三角函數值表及內插法，試求下列各三角函數值的近似值：（四捨五入至小數點後第四位）

(1)  $\sin 38^\circ 40'$ 。

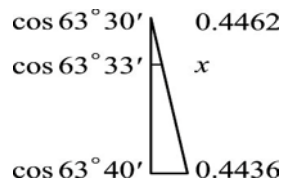
(2)  $\cos 63^\circ 33'$ 。

解 (1) 直接查表得 0.6248。

(2) 用內插法

$$\frac{33-30}{40-30} = \frac{x-0.4462}{0.4436-0.4462}$$

$$\rightarrow x \approx 0.4454。$$



2. 利用三角函數值表及內插法，試求下列銳角  $\theta$  的近似值：

(1)  $\tan \theta = 2.6746$ 。

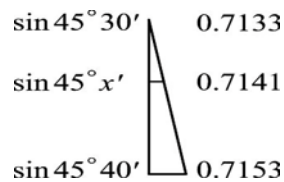
(2)  $\sin \theta = 0.7141$ 。

解 (1) 直接查表得  $69^\circ 30'$ 。

(2) 用內插法

$$\frac{x-30}{40-30} = \frac{0.7141-0.7133}{0.7153-0.7133} \rightarrow x=34，$$

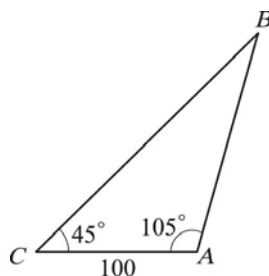
故得  $\theta$  的角度約為  $45^\circ 34'$ 。



3. 小芬在河岸的  $A$  點觀測對岸的  $B$  點，利用同側的大樹  $C$  點，量得  $\angle CAB = 105^\circ$ ，且  $\overline{AC} = 100$  公尺。小芬走到  $C$  點再測量一次，得  $\angle BCA = 45^\circ$ ，試求  $\overline{AB}$  的距離。

解 由正弦定理得  $\frac{\overline{AB}}{\sin C} = \frac{\overline{AC}}{\sin B} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ} = \frac{100}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \overline{AB} = 100\sqrt{2}$ ，

故  $\overline{AB} = 100\sqrt{2}$  公尺。

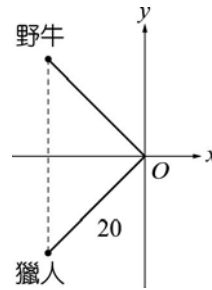


4. 某獵人在草原上看到西北方的地面上有一隻野牛在睡覺，隨後他朝西南方走 20 公尺後，發現該野牛恰好在其正北方（野牛還在睡覺！），試求該野牛此時離他多遠？

解 如下圖所示，

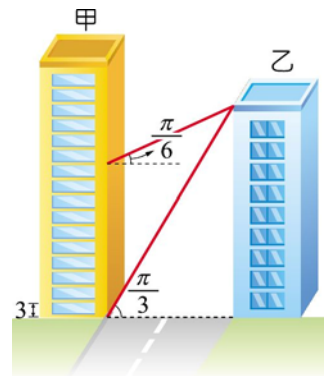
$$\sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2} ,$$

故此時離野牛  $20\sqrt{2}$  公尺。



### 二、進階題

5. 街道兩側分別有甲、乙兩棟大樓，已知甲棟大樓每層樓高 3 公尺。小芬在甲棟大樓的地面 1 樓，測得乙棟大樓的樓頂仰角為  $\frac{\pi}{3}$ ；之後小芬搭電梯到甲棟大樓的 11 樓，再測得乙棟大樓的樓頂仰角為  $\frac{\pi}{6}$ ，試問乙棟大樓的高度為何？

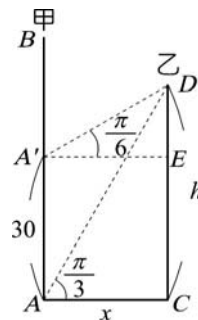


解 如圖，甲棟大樓每層樓高 3 公尺，故  $\overline{AA'} = (11-1) \times 3 = 30$

設甲、乙兩棟大樓相距  $x$  公尺，乙棟大樓樓高  $\overline{CD} = h$  公尺

$$\text{則 } \begin{cases} \tan \frac{\pi}{3} = \frac{h}{x} = \sqrt{3} \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ \tan \frac{\pi}{6} = \frac{h-30}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

由  $\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}} \Rightarrow h = 45$  公尺。



6. 屏東縣三地門鄉有一座地磨兒山，其高 758 公尺，在山頂看到正西方地面上有一家便利商店，觀看的俯角為  $45^\circ$ ；若在山頂以俯角  $30^\circ$  往正南方地面上觀看，恰好是臺灣原住民族文化園區的入口處，試求此家便利商店與臺灣原住民族文化園區入口相距多遠？

解 因為  $\triangle ABC$  為等腰直角三角形，

$$\text{所以 } \overline{AC} = 758,$$

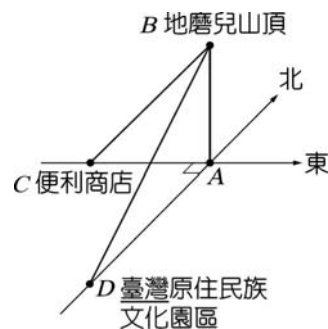
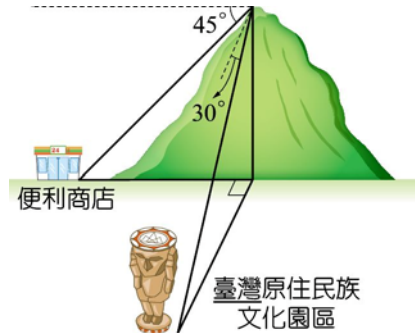
因為  $\triangle ABD$  為直角三角形，

$$\text{所以 } \overline{AD} = 758\sqrt{3},$$

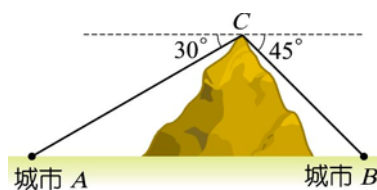
又  $\triangle ACD$  為直角三角形，

$$\text{所以 } \overline{CD} = 1516.$$

故便利商店與臺灣原住民族文化園區入口相距 1516 公尺。



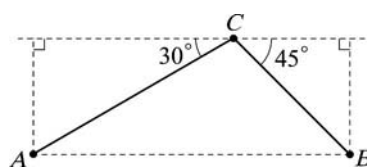
7.  $A, B$  兩城市之間有一座山阻隔，我們計畫在海拔高度為 0 的  $A, B$  兩城市與山頂  $C$  之間架設空中纜車，已知山頂  $C$  的高度為 1000 公尺，若由山頂  $C$  觀看城市  $A$  的俯角為  $30^\circ$ ，由山頂  $C$  觀看城市  $B$  的俯角為  $45^\circ$ ，試求空中纜車由城市  $A$  經山頂  $C$  到達城市  $B$  所走的距離。



解 如下圖所示，

$$\overline{AC} + \overline{BC} = \frac{1000}{\sin 30^\circ} + \frac{1000}{\sin 45^\circ} = 1000(2 + \sqrt{2}),$$

故空中纜車所走的距離為  $1000(2 + \sqrt{2})$  公尺。



## 三、挑戰題

8. 阿亦划著獨木舟，在正北方發現關公廟，在東  $26^{\circ}30'$  北發現靈隱寺。阿亦朝著正東方划行 800 公尺後，再測得關公廟在北  $45^{\circ}$ 西的方向，而靈隱寺變成在正北方。求關公廟與靈隱寺的距離。

(已知  $\tan 26^{\circ}30' \approx \frac{1}{2}$ )

解 [解法一]

依題意可得 $\triangle OAC$  為等腰直角三角形，得  $\overline{AC} = 800\sqrt{2}$

在 $\triangle OBC$ ，因  $\tan \angle BOC = \frac{\overline{BC}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{BC}}{800} = \frac{1}{2}$

得  $\overline{BC} = 400$ ，

由餘弦定理

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \cos 45^{\circ} \\ &= (800\sqrt{2})^2 + 400^2 - 2 \times 800\sqrt{2} \times 400 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 800000 \end{aligned}$$

故關公廟與靈隱寺的距離為  $\overline{AB} = 400\sqrt{5}$  (公尺)。

[解法二]

依題意可得 $\triangle OAC$  為等腰直角三角形，得  $A(0, 800)$

在 $\triangle OBC$ ，因  $\tan \angle BOC = \frac{\overline{BC}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{BC}}{800} = \frac{1}{2}$

得  $\overline{BC} = 400$ ，即  $B(800, 400)$

故關公廟與靈隱寺的距離為  $\overline{AB} = 400\sqrt{5}$  (公尺)。

